



kaf.komp.

56262

I

Mag. St. Dr.

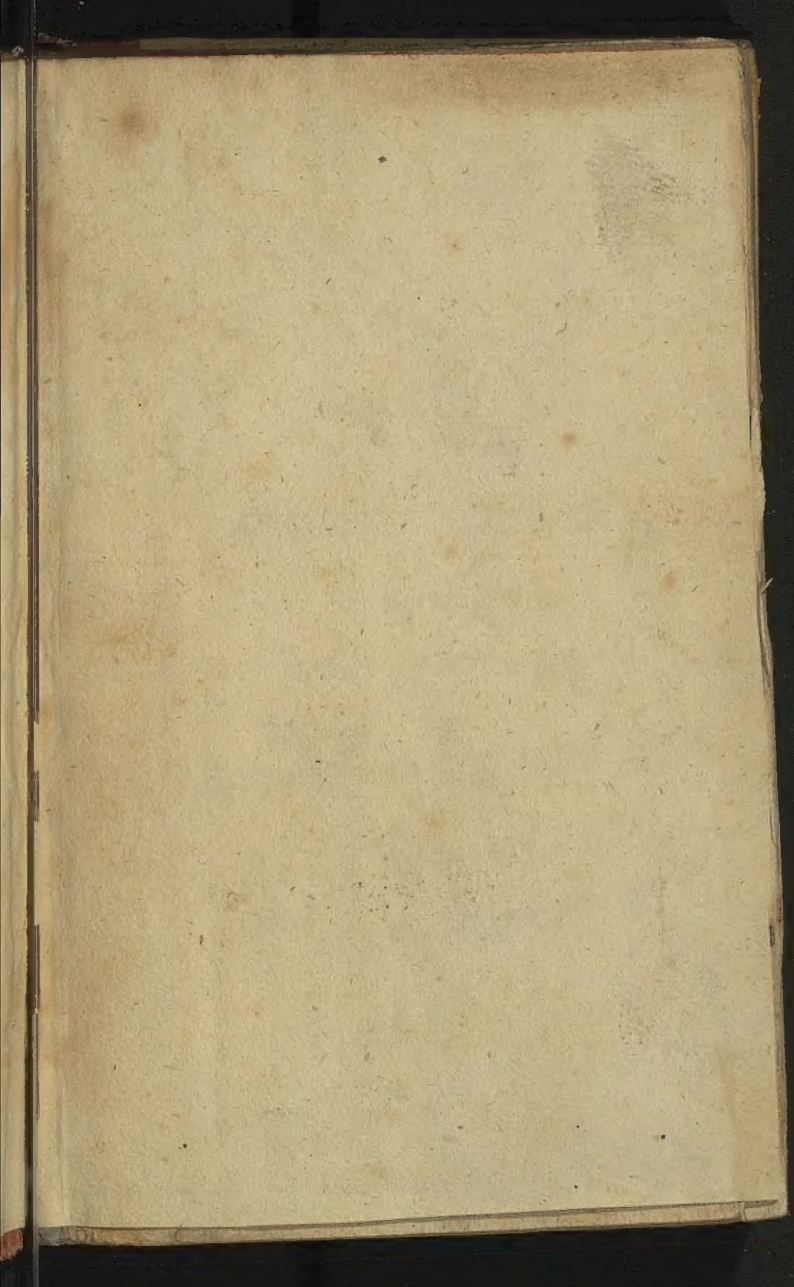
P

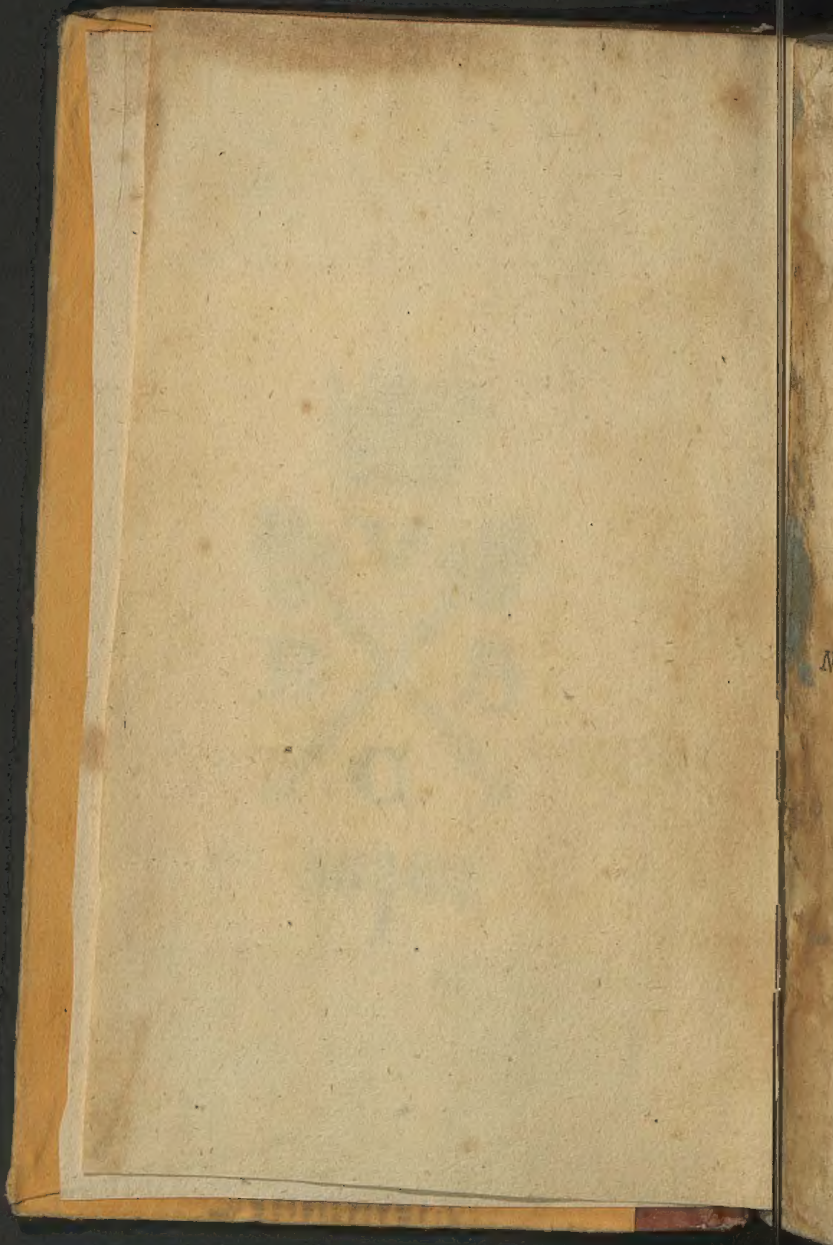


56262

I

XII. m. 27.





ALGEBRA

CZYLI

NAUKA O RACHUNKACH LITERALNTCH

Gyulowicz Rionu

Antoni

Dawidowicz

Roku 1824

Styernia Dnia 18

4. Paczotta

1896
1978

Let.

Memoria preterita um
oratorum iugum aed
In carad. Thara
fuit agut me die 26.
Kontinere perenna
not. m. hi

ALGEBRA

CZYLI

NAUKA O RACHUNKACH LITERALNYCH

Porządkiem do każdego zrozumienia przy-
stosowanym wed dwóch Częściach

UŁOŻONA

A ciekawemi i użytecznemi Przykładami

O B I A S N I O N A

P R Z E Z

X. ANDRZEJA SEBASTYANA USTRZYCKIEGO
Scholarum Piarum.



w WARSZAWIE 1778.

w Drukarni J. K. Mci i Rzeczypospolitéy
u XX. *Scholarum Piarum.*

L'Algebre est aujourd'hui indispensable. Elle procure tant de commodités dans l'acquisition des Sciences surtout de l'Arithmétique & de la Géométrie, qu'en s'opiniâtrant à se passer de cet instrument, on pourrait les étudier toute sa vie, & y être fort médiocre, quoique l'on eût un très-bon esprit.

Mr. de la Chapelle. Instit. de Géometr. pag. 259.

Algebra jest dziś nieuchronnie potrzebna. Dostarcza ona tyle wygodnych sposobów do nabywania umiejętności, a naybardzięy Arytmetyki i Geometrii, iż kroby się usadził na to: ażeby się bez tego narzędzia obchodził, mógłby całe życie swoje nabywać tych Nauk, a być w nich bardzo pomiernym, chociażby najlepszym dowcipem był obdarzony.

56262



D O
JASNIE WIELMOŻNEY
J M C I P A N N Y
K U N E G U N D Y
H R A B I A N K I
KOMOROWSKI
STAROSCIANKI OCHOZKIEY.



DO ofiarowaney Ci przed dwiema
laty Piernisłey Części Algebry
przeze mnie ułożonéy przytęcza-
jąc dziś Część Drugą z pod pra-
sy wychodzącą, całe Dzieło TWOJEM,
PRZEZACNA HRABIANKO, Jmieniem
chcę mieć zaszczycone. Dla CIEBIE bowiem i
BRACISZKA TWOEGO (którym w dawaniu
początkowéy edukacyi miałem honor służyć)
Dzieło to ułożone, na TWOJE i GODNYCH
RODZICÓW TWOICH żądanie, za łaskawém
JCH przyłożeniem się, na publiczny widok i po-
nyssechny pożytek najwyższy nstydziłoby się pokazać
przed światem bez wypiątnowanego na czele
swém JMIEŃIA TWOEGO, godne z tęg ie-
szcze miary piętna tego, żeś TY piernisłą do-
świadczeniem własném dowiodła: iż Algebra
tak ułożona nie jest, iak się zdawała przedtém.
niedostępna i rzadko komu udzielającą się umie-
jętnością; ponieważ TYS ją z rękopismać i
słusze dawana przy tylu innych naukach i zmy-
czaynych zabawkach TWOICH w przeciag
dwu

dwu miesięcy przebiegła i tak szczęśliwie zrozumiała, iż CIĘ dziś naysławiejszych Zagadnień rozwiązywanie bynajmnię nie zatrudni. Postępek ten Damy wtenczas dopiero czternastoletnię być żywym w późne czasy dowodem dla pilnych Kawalerów, że mogą, a wyrzutek dla gnuśnych, że nie chcą w tak ułatwionę a im daleko potrzebniejszą nauce równym TWOJEMU krokiem postępować. Osoby zaś płci i urodzenia TWOGO brać będą wzór z przykładu TWOJEGO: czémby się pożytecznię za dzienne i nocne Romanów czytanie zabawić mogły. A iczeli ani Algebra z Arytmetyką i Geometrią, w których TY się kochaś, ani język Łaciński, którym Ty się pięknie tłumaczysz i Dzieła tłumaczenia Twego wydajesz, (*) nie jest w modzie i guście tegowiecznę oboję płci Młodzieży Narodowę; przysłałoby Ję i na lepsze wyszło, zabrać smak do tych przynajmnię umiejętności, które i każdemu wiekowi służą i płec każdą zdobią, iakiemi powszechnę zdaniem są Dzieje ludzkie, Nauki Krajopisarskie, Moralne i Filozoficzne, nakoniec języki żyjące, a z tych nayprzydatniejszy Francuski, Niemiecki, Włoski; w których nabywaniu iżbys iak naywięcę naśladowców i naśladowniczek ochoty i ciekawości! TWOJĘ miała, to jest moje, to każdego dobrego obywatela, to Ojczyzny samę sprawiedliwe żądanie. Jestem z powinnym respektem.

J. W. WMĆ PANNY DOBRODZIEYKI

Nayniższym Sługę

X. A. S. Ustrzycki S. P.

[*] Dzieła przeniesione z łaciny na Ojczyzny język przez tę Damę i wydrukowane jest pod tym tytułem: Wybrane z Starożytnych Świeckich Pisarzy Dzieła.



D O
C Z Y T E L N I K A.

Potrzeba i pożytek Algebry , a zdatnych
do nięć w Oyczyſtym Języku Książ nie-
doſtatek mocną i skuteczną równie Tobie ,
Czytelniku , do zwartowania , iako mnie do
ułożenia dzieła tego bydz ^{i pobudka.} powinny, tento ieſt
ſztuczny klucz , którym ſię drzwi do ſwią-
tyni Matematyki dziś otwierają , toto naydo-
ſkonalsze drobnowidno , przez które rozumne
oko nayſkrytſze w rzeczach Fizycznych tay-
niki jaśnie widzi , tato naydziwnieyſza w caſym
Nauk okręgu ſztuka , która umieſzcza i wy-
raża w kilku literach , czego inne nie zdoła-
ją w Tomach. Jednym ona ſpołobem tyſią-
czne

czne trudności ułatwia, jedném prawidłem
 bezlicznym przypadkom dosyć czyni, a całą
 robotę twę osnowę przed oczy kładąc, o nie-
 zawodności dzieła zaręcza. Bez nię ani nay-
 przestronnieysza pamięć nie obejmie, ani nay-
 żywszy dowcip nie przeniknie tych summ i
 wielości, które nieuchronna dziś w biegu nauk
 Matematycznych potrzeba brać każe pod krę-
 dkę. Są tam ilkości nieokreślone, są jednegoż
 zapytania rozmaite warunki, są jednego przy-
 padku na podobnych tysiąc podziały, są wzglę-
 dy wiadomych rzeczy do nieznaných są zwią-
 zki odkrytych już naykrytższymi, których bez
 pomocy Algebry nayżywszy rozum nie docie-
 cze. Przeto chcieć się dziłay stać Matymaty-
 kiem bez Algebry, byłoby to chcieć bez oka
 bydź ostrowidzem. Lecz mnie tu kto zagadnie:
 azaż mało sławnych bez Algebry Matematy-
 ków starożytne i późniejszy wieki wydały?
 Euklides, Archimedes, Apolloniusz i inni,
 któremuż z tegowiecznych w téj nauce Xiążąt
 pierwszeństwa ustąpili? były zaiste dowcipy,
 którym wynalazek, były, którym wzrost i
 wydoskonalenie swoje Matematyka winna, choć
 im się nie śniło o Algebrze. Na zarzut ten
 dosyć będzie odpowiedzieć: że natura tworzy,
 a sztuka uprawia i wydoskonala dowcipy. Sil-
 nie czyli maszyny nie wlewają ludziom sił
 przyrodzonych, wzmacniają tylko od natury
 wlane, a przecię siły przyrodzone z nabyte-
 ni porównane ustawać muszą. Daymy iaką-
 kolwiek

kolwiek byteż nayprostsza silnią do dźwiga-
nia, albo windowania ciężarów sporządzoną,
daymy, nie mówię, mocnemu człowiekowi, ale
dziecięciu tyle tylko mającemu mocy, ile do
ruszania ręką potrzeba, niemocy iednak téy
machiną zasilonéy żaden bądź naywiększy w
świecie Mocarz odprzec nie potrafi. Otoż ży-
we wyobrażenie Algebry. W dzieciństwie ona,
że tak rzekę, swojém usnadniała trudności,
nad któremi siwe głowy przez tyle wieków da-
remnie się pociły. Po iéy zjawieniu w mgnieniu
oka wynalezione prawdy, które przed nią niedo-
ścigłą nigdy rozumowi zdawały się tajemnicą.
Nim tę Algebrą urodziła w głowie Wietty, a na-
łonie Kartezego wychowała, wielkiem było dzi-
wem, miernym stać się Geometrą, dziś, gdy
w najślawniejszych Akademjach doyrzewa,
nie trudno za iéy pomocą wielkim dorazu Ma-
tematykiem i Filozofem zostać. Przeświad-
cza nas o téy prawdzie przykład za: aś iéy pa-
mięci, zgaśłego *Leybnicego*. Był ten Mąż bez
Algebry zaledwie oświeconym, z Algebrą stał
się światłem nayoświeconiejszego wieku. Nie znać
się tedy dziś z tą nauką, byłoby to gościem
bydź w przysięgu innych nauk, i nie chcieć
się nigdy z niemi oswoić i zpoufalić, azatém
byłoby to pokrzywdzać siebie i społeczeństwo
swoie uymą tylu potrzebnych i użytecznych
wiadomości. Co do mnie wydając w Oczystym
języku to dzieło, tuszę sobie: że Rodakom mo-

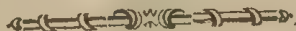
im skutecznie zalecę Algebrę. Nauka potrzebna dla iednych, użyteczna dla drugich, dla wśy-
 ftkich ciekawa, a ta ieszcze w Po skim stroju na
 widok wychodząca chyba ślepego, albo krzy-
 wego oka obrócić na siebie niepotrafi. Jasne i
 proste wnet się tu wlepi, gdyż wnet upatrzy: cze-
 go w innych Książkach próżno szuka. Prócz
 młódzieży edukacyą biorący znajdzie tu Pod-
 skarbi, Ekonom, Prawnik, Kupiec, Rolnik,
 Miernik, Budowniczy obite korzyści swych
 źródło. Ci, którym opatrność w wydziale
 majątków nieruchome dobra nadała, Ney-
 więccy pożytku mogą dla siebie i dla swych
 poddanych ślad wyczerpnąć. Jleżto zamie-
 szkań w dzierżawach i dziedzictwach często zda-
 rzne kupna, sprzedaże, zastawy, arędy i inne
 zamiany zwykły skutkować? Trzeba tam spra-
 wiedliwych rozmiarów, trzeba rachuby nie-
 krzywdnéy, a wieleż dziś i jakich w kraju
 Mierników i Rachmistrzów mamy? Ztrudno-
 ścią ich dostajemy, z kosztem sprowadzamy, a
 z pokrzywdzeniem częstokroć własném wie-
 rzyc im musimy. Nie doświadczalibyśmy za-
 łte tych skutkow, gdybyśmy w Algebrze i
 w zasadzoném na nię Ziemiomiernictwie sami
 mieli doświadczenie. A iezeli dotąd brak w na-
 szym, anieporządny układ Algebry w ob-
 cych językach trudną tę i prawie niedoślepłą
 naukę czynił Polakowi; mieć ją teraz będzie
 na tok języka swego przerobioną i z buynych
 owych

owych wyplenioną zawad, które od rozpoczętego iéy uczenia się odstręczały. Przed-
tém Uczniowie Algebry widząc na piérwszym
jéy wstępie pracowite rachunki literalne, a
pracy téy żądanych użytków długo nie widząc,
tracili serce do dalższego w niéy ćwiczenia się
i błędném uprzedzeni rozumieniem: że tak i
owoce, iak korzenia téy nauki są gorzkie,
wcale ją zarzucali; teraz wprzód prawie owoców
iéy zakosztują, niż się dotkną korzeni. W piér-
włych bowiem zaraz początkach Algebry
wielorakie jey zażycie pokazuję, po krótkim
wykładzie zwyczajnych Rachunków począ-
tkowych przyśiępując do rezolwowania Zaga-
dnień czyli Problematów przelłych w tę na-
dzieję; że uczniowie Algebry skoro piérwszy,
że tak rzekę, rzeczony nauki próg przestą-
pią, a powabne w niéy i pożyteczne rzeczy zo-
czą, zabiorą chęć do niéy, i w przysięku iéy
rozgościwszy się, raczą wnieść do samego przy-
bytku. A że naywiększą do postępku w Alge-
brze zawadą zdawał im się być Rachunek Wy-
kładniczym i Sciennym czyli Radykalnym
zwany, przeto, że uważnieyszy myśli i robo-
ty dłuższyć wyciąga, ten iá więc do drugiéy
działa mojego części odłożyłem, pochlebując so-
bie: że nowi Rachmistrze literalni pożyteczną
piérwszýy części łatwością zachęcení wkroczą
z ochotą do drugiéy trndnieyszýy nieco, ale i
pożytecznieyszýy iako do głębszýy Matematyki
i Filo-

i Filozofii nieuchronnie potrzebny. W obydwóch już częściach przystępując do pomiarów czyli ekwacyi części w dziale Algebry najpiękniejszych i niby kosztownych narzędzi do różnych wynalazków sporządzonych, któremi wsparty dowcip, rzeczy nad własne prawie siły wyższych bez mozolu głowy i wysilenia myśli dochołzi; oszczędny tam przepiów, a obfity przykładów zbiór położyłem, z doświadczenia mając upewnienie: iż równie Algebry, iak innych umiejętności prędkiej liczne przykłady, niż długie przepisy nauczają. Rezolucye same zebranych w wielkiój liczbie Zagadnień Kachmistrza nowego za rękę niby poprowadzą do zamierzonego celu, gdyż i dokładnie są wyłożone i po większej części szczególne, czyli do każdego zolobna zapytania przystosowane. Ogólne bowiem sposoby rezolwowania ani z pojętnością zaczynających, ani z zwyczajnym ich sposobem myślenia nie zdawały mi się być zgodne. Zadawać Problema w powszechnych wyrazach tym, którzy nie są przyzwyczajeni z wyobrażonych na umyśle swym rzeczy szczególnych wyrabiać wobrażeń ogólnych, nie-byłoby raczć zaciemniać, niż objaśniać ich rozum, a chęć do tak pięknej nauki w wieczny wstęć zamieniać? Nie przeczę wprawdzie: że myśl nasza téj jest dzielności, iż z jednego przypadku śetnych innych pojedynczo i następnie dochodzi, i dlatego zwyczaj-

ne

ne wyrazy Algebraiczne powszechnemi nie-
iako mogą być nazwane; te jednak nie są tyl-
ko kopijami pierwszego owego w szczególności
wyobrażenia, które że szczególnem było, stało
się ich oryginałem. Do takich tedy wyobra-
żeń myśl z natury sporządzoną chcąc lepiéy
przystosować; w rozwiązywaniu Zagadnień na
szczególne przypadki szczególne także dawać
będę rezolucye, i nie pierwéy tu owdzie ogólne
podtrączę, aż przez ustawiczność pierwszych,
do drugich zwolna myśl się usposobi. Nic
już zatém nie zostaje, Czytelniku, tylko, że-
byś Dzieło tak wystawione za winnéy ode mnie
tobie i innym ziomkom moim przyślugi za-
datek mile przyjął, a omyłkom w drukowaniu
pod niebytność mą Piérwszém zwłászcza
Części zaszły m łaskawie wybaczył.



O M Y Ł K I

W D R U K U Z A S Z Ł E.

Karta.	Więsz.	Omyłka.	Czytaj.
15	23	7a—I	7a—x
24	2	literalne i pojedyn- cze	literalne pojedyncze i wielokrotne
30	4	—4x ²	—4x ² y
38	8	odciągając współ- czynników	odciągając wykła- dników
-	16	podzielnym	dzielniczym
44	2	Wieloraz atb:c	atb—c
47	14	4x ² —2xy	4x ² —4xy
63	14	przez toż i	przez toż i
65	3	mnóżysz inne terminy	dzielisz inne terminy
69	13	—d = a	—d = 4a
71	4	są współczynnikami	są z współczynnikami
72	21	za litery założone liczby	za liczby założone litery
91	2	= 77	= 67
-	13	za dzień 6	za dzień b
-	14	6x	bx
93	9	$\frac{90}{139}$	$\frac{90}{139} = 9$
103	9	115200a	115200a
121	2	240000x	24000x
125	10	więcący niż w dzie- sięciuro	więcący wdziesięcio- ro
-	11	x+y = a	x—y = a
-	11	x = a—y	x = aty
134	3	w pierwszym i dru- gim	w pierwszym i trze- cim
-	4	x = a—y = c	a—y = c
17	6	415 = 60	4x15 = 60

Karta.	Więsz.	Omyłka.	Czytaj.
137	8	$= 2x5 + 1x15 = 30$	$= 15 + 2x15 = 30$
143	22	$21 - 16 = 15$	$21 - 16 = 5$
147	4	$3a = 5y$	$4a = 5y$
-	516	$y = \frac{3a}{5}$ czyli $2\frac{1}{5} = 54$	$y = \frac{4a}{5}$ czyli $3\frac{2}{5} = 72$
149	7	$2x - z$ albo $x = \frac{x}{2}$	$2x = z$, albo $z = \frac{x}{2}$
152	8	przenosząc c	przenosząc 5 c
155	10	Zł. 36	Zł. 56
157	29	hallerzów 512	hallerzów 1024
158	13	nieważaiącym	niedoważaiącym
161	27	5 z 12 granami	5 z 16 granami
172	1	$y = \frac{2040}{1000}$	$y = \frac{2040}{1000}$
175	1	$\frac{2235}{1000}$	$\frac{1296}{1000}$
-	13	ile	ila?
178	3	$= 21$	$= 12$
189	10	78, który	78, i miedź, który
192	1	$\frac{2}{10}$	$\frac{9}{10}$
197	12	1400832	1394038
-	13	$\frac{14154400}{1400832} = 24\frac{1}{2}$	$\frac{34154400}{1394038} = 24\frac{1}{2}$
207	10	$= 3$ funtom	$= 3$ funtom $\frac{1}{2}$
209	10	$\frac{249}{30}$	$\frac{249}{30}$
211	713	$\frac{260}{12}$	$\frac{2600}{2}$
-	9	240—120y	2400—120y
-	10	$= 260$	$= 2600$
212	3	$16\frac{1}{3}$	$16\frac{2}{3}$
-	5	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{20}$
-	7	$6\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$
216	1	$\frac{20}{20}$	$\frac{20}{20}$
217	2	$x = 16 - 3\frac{1}{3} = 13$	$x = 20 - 3\frac{1}{3} = 17$
236	7	$\frac{11}{3} = \frac{4}{24}$	$\frac{11}{3} = \frac{4}{24}$
240	19	danego srebra proby czystego srebra pro-	by 16
59	617	przeszło 3 łoty, lecz przeszło jeden łót, daymy, niech i dru-lecz daymy niech i gie trzy łoty	drugi łót, niech trzy łoty

Karta.	Więsz.	Omyłka.	Czytaj.
273	4	$5x \dagger 3$	$5x \dagger 4$
-	26	proporecyi	Propozycyi
281	21	nayprzod 100	naprzód od 100
310	17	$\dagger 3 2y$	$\dagger 3 2y$
312	14	za 4x	za 4z
-	23	$\frac{x}{2} = 20$	$z = 20$
316	11	$x = y - t$	$x = zy - t$
-	15	4 ^t	4 ^t
-	27	$z = 4t$	$z = 4t$

Inne omyłki przeciw Ortografii zwłaszcza, sam Czytelnik łatwo poprawi. *ben*

Wnosząc do innego



Algebra Janonickiego
1824 roku



ALGEBRY

CZYLI

NAUKI O RACHUNKACH LITERALNYCH

CZĘŚC PIERWSZA.



WSTĘP

DO ALGEBRY

Wykład słów i znaków różnych używanych
w Algebrze.

I.



ALGEBRA od Wynalazcy swego Geber Araba z przydatkiem Arabskiego Artykułu al, czyli raczey od słów Arabskich Al i Giabr, sztukę rezolwowania znaczących nazwana, jest nowy sposób rachunkow czynienia przez litery abecadła, które się zamiaść

A zwy-

zwyczajnych liczb używaią. Nazywa się
 inaczej Rachunkiem powszechnym (calculus
 universalis) pięknym sposobem rezolwowa-
 nia (Analyfis speciosa) i tajemną rachubą
 (Symbolica Logistica.) W Europie pierwsi
 Vieta i Hariottus liter zamiast liczb zaczęli
 używać, a po nich Kartezyusz, Leybnicyusz
 i Newton tak tę naukę wydoskonalili, że
 Algebra dziś kluczem do Matematyki i in-
 nych nauk stała się. Z troiakiego zaś po-
 wodu Wynalazcy Algebry, liter abecadło-
 wych, zamiast charakterow liczb zwyczaj-
 nych używać zaczęli. 1. Ze zwyczajne
 liczby wyrażaią rzeczy tylko pewne, okre-
 ślone i wiadome, litery zaś wszelką rzecz, o
 ktorej można zapytać, ila jest, wyrażać
 mogą, a zatym wszelką rozciągłość wzdłuż,
 wszere, wzwyż i głębi, wszelkie miary, wa-
 gi, ciężary, liczby, ruchy z własnościa-
 mi onych, czasy z przeciągiem ich, ie-
 dnym słowem: wszelką ilkość (quantitas)
 choćby ilkość dwa niepewna nawet, nie okre-
 ślona i cale nie wiadoma była. 2. Ze w ka-
 żdym rachunku literalnym i we wszystkich
 produktach z niego wypadłych, a literami
 także wyrażonych oczywiście daie się widzieć
 cały skład i każda z osobna część tych ilko-
 ści, ktore były rachowane, co się nie zda-
 rza w rachubie liczb zwyczajnych. 3. Ze
 Algebra ogulne odkrywania niewiadomych
 rzeczy podae prawidła, ktore różnym szcze-
 gulnym przypadkom służą, Arytmetyka zaś

pospolita na przypadki szczególne szczególnych także szuka i używa sposobów. A ztąd iawnie się pokazuje, że ta nauka powszechną jest, służącą do ułatwienia i objaśnienia wszelkich innych, których tylko celem i zabawą być może, ciał Fizycznych, i nieprzeliczonych własności tychże ciał, zgoła, ilkości wszelkich uważanie.

II. Ilkość (quantitas) dopiero opisana literami wyrażająca się, z różnemi kłaść się zwykła znakami, a najpierwey z znakami dodania i odciągnięcia. Znak dodania albo powiększenia jest $+$ — to jest: więcej, np. $a + b$; co się tak wymawia: a więcej b, znaczy zaś, że cena wyrażona przez literę a, jest zwiększona ceną przez literę b wyrażoną. Znak zaś odciągnięcia czyli zmniejszenia jest $-$, to jest: mniej, np. $a - b$, wymawia się: a mniej b, a znaczy, że cena litery a zmniejszona jest ceną litery b, czyli, że cenę litery b odciągnąć trzeba od ceny litery a. Dwa te znaki są sobie przeciwne (signa contraria) pierwszy rzetelny czyli dodatny (signum positivum) drugi nie rzetelny, czyli odciążny (negativum.) Od tego dwoiakiemu znaku ilkość dwoiakię bierze imię; jedna się nazywa rzetelna czyli dodatna (quantitas positiva) która znaczy więcej niż nic, to jest: rzetelną jaką cenę, przeto dodana do innej rzetelney ilkości, cenę iey powiększa; druga nierzetelna czyli odciążna (negativa) która mniej niż nic, to jest: dług albo brak czego znaczy, prze-



to zniesiona z inną rzetelną ilkością, cenę iey albo zmniejsza, albo zupełnie psuie. Wizerunkiem dwoiakiey tey ilkości może być dochód i dług. Wszakże dochód rzetelną jest i dodatną summą, gdyż twoie, które masz, powiększa pieniądze, dług zaś przeciwnie, summą jest nie rzetelną i odciażną, bo twoie pieniądze zmniejsza. Gdy np. odebrałeś dochodu 100. Czerwonych Złotych, a nikomuś nic nie winien, masz rzetelną summę Czerwonych Złotych 100, gdy zaś taką odebrawszy summę, winienes 60, znosząc razem summę twoją z długiem, mieć będziesz Czerwonych Złotych 100 — 60, czyli mieć będziesz summę 100 zmniejszoną przez 60, któreś winien, i które od 100 odciągnawszy, wypłacić masz Wierzycielowi. Ale gdy nie mając żadnego dochodu, winien jesteś Czerw: Złot: 100, masz w samey rzeczy mniej, niż nic, to jest: dług Czerw: Złot: 100, i w większym zostaiesz niedostatku, niżeli ten, który ani dochodu, ani długu takiego nie ma. Zkąd oczywiła, że między ilkością dodatną i odciażną śródkuie nic, czyli 0, gdyż cyfra dodana do rzetelney ilkości, ceny iey ani powiększa, iako ilkość dodatna, ani zmniejsza, iako czyni odciażna. Procz tych są inne jeszcze w Algebrze znaki.

Znak mnożenia jest \times np. $a \times b$ znaczy, że cena literą a wyrażona, powinna się mnożyć przez cenę b ; wymawia się zaś tak, a rozmnożone przez b . Znak dzielenia wyraża się

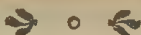
się frakcją, w ktorej ilkość podzielna, czyli litery do dzielenia dane kładą się na miejscu Licznika, a Dzielnik, czyli ilkość dziel-

nicza na miejscu Mianownika np. $\frac{aa}{b}$, $\frac{aa}{ab}$

wymawia się: a podzielone przez b, aa podzielone przez ab, a znaczy, że a ma się podzielić przez b, aa zaś przez ab. Lubo dzielenie Algebraiczne i Arytmetycznym sposobem częstokroć wyraża się, np. $a \mid ab \mid b$, co znaczy, że ab podzieliwszy przez a, za Wieloraz wypadnie b. Znak równości między ilkościami jest $=$ np. $a = b$, wymawia się a równe b, znaczy zaś, że cena przez literę a wyrażona, równa jest we wszystkim cenie wyrażoney przez b.

Znak większości jest $>$, mniejszości zaś $<$, np. $a > b$, mowi się, że ilkość a większa od b, i znaczy też samę większość ceny w ilkości a nad b, przeciwnie $a < b$, mowi się i znaczy, że cena a mniejsza za b. Znak nieskończoności (infinitatis) jest ten: ∞ np. $a \infty$ znaczy, że ilkość a jest nie skończona.

Znaki te wszystkie od Arytmetycznych tym tylko się różnią, że tam z ilkościami pewną liczbą wyrażonemi, a tu z literami nie przez się pewnego nie znaczącemi kłaść się zwykły, ale obrociwszy litery na liczby, za ktore się one pospolicie w rezolwowaniu osobliwie Problematów zakładają, pewne zaraz wyrażają.



żą ilkości, daymy np. że $a = 6$, $b = 3$,
 będzie $a + b = 9$, $a - b = 3$, $a \times b$
 $= 18$, $\frac{a}{b}$, czyli $b | a | = 2$ i tak da-
 ley.

Znak proporcji czyli rownego między
 ilkościami względu, dwoiaki jest. Znakiem
 proporcji Arytmetyczney są 3. kropki $::$,
 które jeśli proporcja jest rozdzielna (discre-
 ta) kładą się między drugą i trzecią ilkością
 równowzględną np. a. $a + 1 :: 3. 4.$ co zna-
 czy, że taki jest wzgląd a do $a + 1$, iaki 3
 do 4., czyli że tym mnieysza jest ilkość a
 od $a + 1$, czym mnieysze 3 od 4. Jeżeli zaś
 ta proporcja jest ciągła (continua) kładą się
 wzmiankowane kropki na początku przed pier-
 wszą ilkością np. $::$ a. $a + 1. a + 2. a + 3.$
 $a + 4.$ co znaczy, że czym się różni a od
 $a + 1$, tym $a + 1$ od $a + 2$, tym $a + 2$ od
 $a + 3$; i t. d.

Znakiem proporcji Geometryczney są
 4 kropki $::::$, które gdy ta proporcja jest
 rozdzielna, kładą się między drugą także i trze-
 cią ilkością równowzględną np. a. $2a :: 3a. 6a.$
 znaczy że ileraży a mieści się w 2a, tylerazy 3a
 umieszczone jest w 6a; gdy zaś proporcja ta
 jest ciągła, 4 owe kropki liniyką przekreślone
 na początku się kładą np. $\frac{a}{2} :: a. 2a. 4a. 8a.$
 $16a.$ Znaczy, że ile razy a mieści się w 2a,
 tylerazy 2a w 4a, 4a w 8a, i t. d. Nadto w
 każdej proporcji po każdym terminie równo-
 wzglę-

względny kładzie się jedna kropka . Inni po dwie kropki kładą w proporcji osobliwie Geometryczney rozdzielney , w ktorey też zamiast 4 kropek w środku kładzie się zwykłych , używając znaku równości , tak w następującym przykładzie : $a : b = 4 : 2$. Co jedno wyraża iako i $a . b :: 4 . 2$.

III. Ilkość dwoiaka ieszcze bywa, prosta i składana. Ilkość prosta (quantitas incomplexa) jest , która jedną literą , lub kilką liter wciąż bez żadnego znakow związku położonych wyraża się , np. ilkość a , albo ac , albo acd , albo $abcd$, każda z tych może być ilkością prostą , skoro wyraźnego przedniemi nie będzie znaku ani odciążnego , ani dodatniego. Ilkość zaś składana (complexa) jest ta , która składa się ze dwóch lub kilku liter związek z sobą przez znaki mających np. $a + b$, albo $ab - c + d$, albo $a + ba - cy + ad$ i t. d. Ilkość nie składana nazywa się pojedyncza (monomium) iaka jest np. a , albo ab , albo acd . Składana zaś nazywa się wielokrotna (polynomium) to jest albo dwukrotna (binomium) iaka jest : $a - b$, albo trzykrotna (trinomium) iaka jest : $x + y - z$, albo czwórokrotna (quadrinomium) iaka jest : $ab + d - x - z$. i t. d.

IV. Ilkości wielokrotney każda część znak swoy mająca , terminem się nazywa. Termin zaś od znaku , który przed nim jest , bierze imię , i albo zowie się dodatny , gdy z znakiem $+$, albo odciążny , gdy z znakiem $-$ jest



jest położony, tak ilkość $a+b-c-bd$ jest czworokrotna, czyli z 4 terminow złożona, dwóch dodatnych to jest: $a+b$, a dwóch odciążnych to jest: $-c-bd$. Jle razy zaś przed ilkością pojedynczą, lub przed pierwszym terminem wielokrotney ilkości nie kładzie się znak wyrażnie, zawsze tam domniemany jest znak $+$, i taka ilkość, albo iey termin mianany bywa za dodatny tak, iak gdyby był z znakiem $+$, np. ab iedno jest, $co+ab$, $a+b-d$ iedno, $co+a+b-d$. Przeciwnie gdy ilkość iaka, albo iey termin ma być odciążny, znak iey $-$ zawsze wyrażnie kładzie się, i kłaść się koniecznie powinien nawet przed pierwszym terminem ilkości wielokrotney np. $-ab-d$. Terminy, z ktorych ieden jest dodatny, drugi odciążny, nazywają się różno znaczną.

V. Liczba przed terminem iakieykolwiek ilkości położona np. $3a$, albo $12b$, albo $100x$, 3 przed a , 12 przed b , a 100 przed x położone zowie się współczynnikiem (coefficientens) i znaczy 3 razy ilkość a , 12 razy b , 100 razy x dodaną, a zatym $3a$ jest iedno co $a+a+a$. Gdzie zaś współczynnik liczbą wyrażony nie jest, tam domniemanym współczynnikiem zawsze jest 1 np. a albo ax , iedno jest co $1a$, co $1ax$ i t. d.

VI Liczba zwierzchu ilkości literalney przypisana nazywa się wykładnikiem teyże ilkości (exponens quantitatis) np. w ilkości a^2 albo x^3 , liczba wierzchołkowa tam 2,

a tu 3, jest wykładnikiem ilkości x. Wykłada bowiem, wiele razy ilkość x rozmnożona jest sama przez siebie, czyli do którego stopnia jest wyniesiona. Trzeba bowiem wiedzieć, że kiedy się ilkość iaka literą wyrażona sama przez siebie mnoży np. $a \times a = aa$, produkt ten aa, czyli a^2 (gdyż mnożąc ilkości, litery się łączą, o czym niżej) zowie się u Rachmistrzow czworogran (quadratum) albo ilkość do drugiego stopnia wyniesiona (secunda potestas,) a sama owa ilkość mnożna a, zowie się pierwszym stopniem albo ścianą (radix, latus) ten znowu czworogran a^2 przez ścianę swoją czyli przez a rozmnożony, uczyni sześciogran (cubus) czyli podnieś się do trzeciego stopnia, i będzie aaa, czyli a^3 . Lecz o tym obszerniej w drugiej Części. Tu tylko ostrzegam, żeby kto nie rozumiał, iż np. 2a jest iedno co aa, albo a^2 , gdyż 2a wyraża sumę wypadłą z dodania $a + a$, zaś aa albo a^2 wyraża produkt wypadły z rozmnożenia a przez a, czyli $a + a = 2a$, zaś $a \times a = aa$ albo a^2 . Nadto wiedzieć należy, że każda we wszystkich ilkościach litera nie mająca żadney zwierzchu liczby przypisku, za wykładnika domniemanego ma 1, i tak, a iedno jest, co a^1 , ab iedno, co $a^1 b^1$ i t. d.

VII. Terminy ilkości wielokrotnych dwojakie są, podobne (similes) i niepodobne (dissimiles.) Podobne terminy są, które z iednychże liter składają się, choć i znaki różne,



zne, i wykładnikow odmiennych, i współczyn-
 nikow mają niejednakich, tak np. w ilości
 trzykrotney $ab+bd^3-2bd^2$ te dwa termi-
 ny $+bd^3-2bd^2$ są sobie podobne, przeto
 tylko, że z iednych liter, to jest: zbd są
 złożone, choć i znak przed iednym jest $+$,
 przed drugim $-$, i współczynnik przed tam-
 tym domniemany tylko 1, przed tym wyra-
 żny 2, i wykładnik tamtego 3, a tego 2.

Niepodobne zaś terminy są, które się z
 odmiennych liter składają, choć ta odmiana w
 iedney tylko jest literze, np. $abc+abd$; al-
 bo choć w iednym terminie są te wszystkie
 litery, co i w drugim, ale albo w pier-
 wszym, albo w drugim inney ieszcze litery
 iedney lub więcej jest przydatek, np. $ab+abc$, i tak daley.



ROZDZIAŁ I.

O początkach Rachunkow Literalnych, to jest: o skrącaniu, dodawaniu, odciganiu, mnożeniu, i dzieleniu ilkości tak pojedynczych, iako i wielokrotnych, czyli o Redukcyi, Addycyi, Subtrakcyi, Muliplikacyi i Dynwizyi Algebraicznych.

ZADANIE I.

Jak ilkości wielokrotne skrącać, czyli obrącać na prostsze i krotsze terminy?

REDUKCYA I.

Zachować w tey mierze dwa potrzeba
Przepisy:

Przepis pierwszy: Terminy dane, i każdą w tychże terminach literę porządkiem abecadła ułoż, tak np. tę ilkość czworokrotną $ba+c-d+cb$ według porządku abecadła ułożysz: $ab+abc+c-d$.

Przepis drugi. Uważay, ktore z tych terminow są sobie podobne, czyli jednemi literami wyrażone, a ktore niepodobne, czyli odmianę w literach mające. 1. Jeżeli odniana choć iedney litery jest w ktorzych terminach, iuż terminow takich skrócić, czyli na krotsze obrocić nie można, zostać więc tak

po-



powinny, iak są dane, tak ilkości za przy-
kład daney: $ab+abc+c-d$, skrócić nie
można, iako oczywista; zostanie więc, iak
jest. 2. Jeżeli zaś są terminy podobne, uwa-
żać znowu masz, czy te terminy są iedno-
znaczne, czy różnoznaczne, to jest: czy ma-
ią znaki przed sobą też same np. $+$, albo
 $-$, wszystkie terminy: czy też odmienne
np. iedne $+$, a drugie $-$, lub przeciwnie.
Jeżeli są iednznaczne, łatwo ie skroczisz,
czyli na ieden termin obrocisz, gdy współczyn-
ników wyraźnych lub domniemanych owych
terminów, czyli liczby te, które przed ka-
żdym terminem na początku, albo przed pier-
wszą iego literą są położone, w iedną sum-
mę zbierzesz, a tę summę z literą albo z li-
terami danemi raz tylko wziętemi napiszesz,
tak np. mając skrócić tę ilkość $a+2a+5a$,
dodawszy 1 (domniemanego współczynnika pier-
wszego terminu) do 2 i 5, a summę $=8$ z
tąż literą a raz wziętą napisawszy, będzie
 $a+2a+5a=8a$. Podobnie: $2x+ab+4ab+7ab$ (gdzie pierwszy tylko termin nie
podobny, a inne są sobie podobne) będzie $=2x+12ab$. i t. d.

Nie inaczej i z znakiem odciążnym podo-
bnych ilkości czyni się redukcya np. $x-3bc-2bc-bc=x-6bc$. Jeżeli zaś terminy
podobne są różnoznaczne, skroczisz ie, czyli
zredukuiesz, współczynnika mniejszego od
większego odciągnawszy, kiedy ilkość trafi
się tylko dwukrotna, lecz kiedy z więcej ter-
minów

minow będzie złożona, niż z dwóch podobnych, skrocisz je, sumę mnieyszą współczynników, od większej współczynników, przeciwnego znaku summy odciągnąwszy, a resztę z znakiem większej summy, i raz wziętemi literami napisawszy, i tak np. kiedy będzie $3ab - ab$, skrociwszy, zostanie: $2ab$, kiedy zaś się trafi: $8ab - 2ab - 3ab - ab$, sumę $2 - 3 - 1 = -6$ odciągnąwszy od 8 , czyli od 8 , będzie: $= 2ab$. Podobnie, kiedy jest: $5x + 3x + 2x - 4x - x$, zebrawszy $5 + 3 + 2$ będzie $= 10$, i znowu $-4 - 1$, będzie $= -5$, a odciągnąwszy 5 od 10 , będzie $10 - 5 = 5x$. Na koniec: jeżeli terminow podobnych lecz przeciwne znaki mających współczynniki są jednakie, zredukujesz je, gdy je zmażesz np. $a + 2b - 2b = a$, także $x - 4y - y + 5y = x$.

OKAZANIE.

SKracać czyli redukować terminy podobne nic innego nie jest, tylko albo je dodawać, gdy są z jednymże znakiem np. $a + a = 2a$, $-a - a = -2a$, albo odciągać, gdy z przeciwnemi są znakami np. $a - a = 0$, $-a + a = 0$, co przez się tak oczywista, że nie można o tym zawątpić. Obroćmy albowiem litery na liczby. Niech będzie np. $a = 6$, będzie zatem $a + a = 6 + 6 = 12$; $-a - a = -2a = -6 - 6 = -12$; $a - a = 0 = 6 - 6 = 0$, $-a + a = 0 = -6 + 6 = 0$, to jest:

wzię-



wziąłeś raz 6, drugi raz 6, toć wzięłeś i masz 12. Wydałeś 6, i znowu 6, toć wydałeś, i już nie masz 12, co się wyraża przez znak—12. Wziąłeś 6, a wydałeś 6, albo wydałeś 6, i nie miałeś tylko 6, toć wydałeś wszystko, i nic ci się nie zostało, a zatem wyrażasz $6-6$, albo $-6+6=0$. Co wszystko wypływa z samej natury znaków, które gdy są iednakie, powiększają ilkości, a zmniejszają, albo cale psują, gdy są przeciwne. Co było do okazania.

Z A D A N I E II.

Jak ilkości pojedyncze i wielokrotne dodawać?

A D D Y C Y A II.

I. **A**lbo te ilkości podobne są, albo nie podobne. Jeżeli nie podobne, czyli odmiennemi literami wyrażone, dodawać ich inaczej nie można tylko wciąż pisząc z znakiem + np. masz dodać b do a, będzie $\text{summa} = a+b$, podobnie dodając ab—c, do ad+cd, będzie $\text{summa} = ad+cd+ab-c$, czyli: $ab+ad+cd-c$. Jeżeli zaś ilkości dane są podobne czyli z iednych liter złożone, uważać trzeba znaki, i następuiące zachować przepisy:

Przepis pierwszy: Kiedy są terminy podobne, a znaki iednakie, to jest: albo wszystkie+, albo wszystkie—, zbieray, zacząwszy

wszy od lewey ręki w iedną summę wszystkich
tak wyraźnych iako i domniemanych spoſ-
czynników kaźdego z osobna terminu, a sum-
mę onych z tymże samym znakiem, i z lite-
rą albo z literami iednego z tych terminow
podobnych kładź pod liniyką np. masz dodać
ilkość trzykrotną $a+b+c$ do podobney il-
kości: $3a+b+c$, ułóżywszy iedną pod drugą:

$$\begin{array}{r} 3a+b+c \\ a+b+c \\ \hline \end{array}$$

$4a+2b+2c$, i liniyką podkreśliwszy, do-
daway pierwszych nayprzod terminow spoſ-
czynników, będzie $1+3=4$, i summę tę
z literą a raz wziętą napisz pod liniyką, bę-
dzie: $4a$, potym dodaway spoſczynników dru-
giego terminu, będzie $1+1=2$, a tę sum-
mę z literą b znowu pod liniyką napisz, na-
reszcie zbierz spoſczynników trzeciego termi-
nu $1+1=2$, i z literą c podpisz, bę-
dzie ogulna summa $=4a+2b+2c$.

INNE PRZYKŁADY.

I. X

$$7a+1$$

$$3a+2x$$

$$10a+3x$$

II.

$$4x+bc+2$$

$$x+5bc+4a$$

$$5x+6bc+5a$$

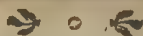
III.

$$x+y+z+bd$$

$$2x+y+3z+bd$$

$$4x+2y+z+4bd$$

$$7x+4y+5z+6bd$$



Przepis drugi: Kiedy zaś terminow podobnych różne będą znaki, to jest: $+i-$, odciągnij współczynnika mniejszego terminu od współczynnika terminu większego, a resztę po tym odciągnięciu pozostałą z znakiem większego terminu i z literami, jeżeli ich kilka jest, albo z iedną literą tegoż terminu pod liniyką napisz, a jeżeli kilka terminow podobnych różn oznacznych jest, tedy mniejszą summę współczynnیکow odciągnij od większej, i resztę, iak pierwey napisz, będziesz miał summę pozostałą; Jeżeli na koniec summy owe współczynnیکow są sobie równe, zmaż ie, np. mając dodać $x-ab+4cb+a$ do $2x+3ab-cb-a$, nayprzod podpisawszy terminy podobne pod podobnemi tym sposobem: $- \quad - \quad - \quad - \quad - \quad 2x+3ab-cb-a$ zbieray, zaczawszy od le- $x-ab+4cb+a$ wey ręki; gdzie ponieważ $- \quad - \quad - \quad - \quad -$ pierwsze terminy są iedno- $3x+2ab+3cb$ znaczne dodawszy ie, będzie summa $= 3x$, drugie zaś i po nich następujące ponieważ są różn oznaczne, więc odciągając współczynnیکow terminow mniejszych od współczynnیکow terminow większych w ktorzykolwiek one są ilkościach, czy w odciążnych, czy w tych, od ktorzych odciągać trzeba, a resztę, jeżeli zostanie, pod liniyką pisząc z literą albo z literami temiz samemi, będzie: $-ab+3ab+2ab, -cb+4cb+3cb, +a-a=0$, a zatym summa $= 3x+2ab+3cb$.

INNE PRZYKŁADY.

I.

$$\begin{array}{r} ab + 6ac + d + eb \\ - ab + 5ac - 2d - 3eb. \\ \hline \end{array}$$

$$11ac - d - 2eb.$$

II.

$$\begin{array}{r} 4x + ay + 3z - ab - d \\ - 2x + ay - z - 2ab + d \\ - x - 3ay + 2z + 4ab + 4d \\ \hline \end{array}$$

$$x - ay + ab + 4d.$$

II. Ogulny dodawania Algebraicznego sposob jest ten: wszystkie ilkości do zebrania dane wciąż z temi samemi znakami, z ktoremi są dane napisawszy, skroć ie, czyli zredukuy sposobem w Zadaniu pierwszym podanym, co po redukcji takiej zostanie, będzie summa.

PRZYKŁADY.

I.

$$\begin{array}{r} \text{Terminy} \quad ab + c - d \\ \text{dane} \quad - b - c + 2d \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Wciąż napisane: } ab + c - d + b - c + 2d \\ \text{Summa po redukcji} = ab + b + d. \end{array}$$

II.

Terminy	$ab - ad + 3bd$
dane	$ad - bd + d^3$
	$ab - ad + d^2$

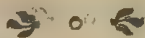
Wciąż napisane: $ab - ad + 3bd + ad - bd + d^3 + ab - ad + d^2$.

Sum: po reduk: $= 2ab - ad + 2bd + d^3 + d^2$.

Prześtroga. Co się tycze wykładników, z temi tak w dodawaniu iako i odciąganiu nic się nie czyni, tak się kładą, iak są dane. W czym iednak dwoiaki bywa przypadek, gdyż albo nie podobne ilkości, albo podobne tych samych, lub odmiennych miewaią wykładników. Jeżeli podobne ilkości tych samych wykładników maią, dodaią się lub odciągaią podług danych przepisow, nie odmieniając bynajmniey wykładnika, ale raz wziętego pisząc, np. $x^2 + 2x^2 = 3x^2$; podobnie $2x^2 - x^2 = x^2$; a jeżeli podobne ilkości odmiennych maią wykładników, dōdaią się i odciągaią tym sposobem, którym terminy nie podobne np. $x^3 + x^2 + x$, dodaią się przez znak $+$, iak gdyby były nie podobnemi terminami, tak i w przykładzie II. $+d^2$ przydane do $+d^3$ przez znak $+$. Podobnie, to iest: przez znak $-$ odciągaią: się $x^3 - x^2 - x$. Już jeżeli ilkości są nie podobne, choćby iednakich miały wykładników, ani dodać się nie mogą, ani odciągnąć inaczey, tylko przez znaki np. $x^2 + y$, albo: $y^3 - x^2 - z$. i tam daley.

O K A Z A N I E.

I. Przepis pierwszy jest oczywisty. Dodawać albowiem ilkości jednoznaczne nic innego nie jest, tylko je w iedną zebrać sumę, a że w iedną sumę w ten czas tylko zebrać się mogą, gdy się współczynniki tychże ilkości wraz dodadzą, czy te wyraźne są czy domniemane, np. $a + a$, dodając, będzie $= 2a$, gdyż $1 + 1 = 2a$, także $3a = 2a$ $= 5a$, gdyż $3 = 2 = 5a$. Albowiem obrocivszy literę a na liczbę np. 2, będzie $a + a = 2a = 2 + 2 = 4$, także $3a = 2a = 5a = 6 = 4 = 10$ (trzeba bowiem cenę literze naznaczoną tyle razy brać, ile jest iedności w współczynniku np. jeżeli $a = 2$, trzeba te 2 brać trzy razy, czyli 2 mnożyć przez 3, kiedy przy a jest współczynnik, i tak zawsze.) Więc dodając ilkości same się współczynniki dodawać, a litery iednego tylko terminu pisać powinny. C. B. D. O. 2. Co się zaś tycze ilkości różnznacznych, pewna jest, że ilkości dodatne są przeciwne odciążnym, ponieważ znaki ich $+$ i $-$ są przeciwne. Więc gdy takie do zebrania dane bywają ilkości, albo się całe psować muszą, albo poczęści. Całe się zepsują, gdy podobne i sobie równe będą, to jest: gdy z iednakich i liter i współczynnیکow składają się. Przeto $a - a$ mażą się, nie dodają, bo druga ilkość dla przeciwnego znaku pierwszą całą psuje.



Daymy np. że $a \equiv 2$, będzie $a - a \equiv 2 - 2$, lecz $2 - 2$ psują się, i są $\equiv 0$, więc się odciągać nie dodawać powinny. Psują się zaś po części w ten czas, gdy z danych różnoznacznych ilkości jedna większa a druga będzie mniejsza np. $5a - 2a$, nie całe się $5a$ zepsują, lecz ta tylko część która wyrownywa drugiey ilkości odciążney $-2a$, a zatym od $5a$ odciągnąć potrzeba $2a$, nie dodawać, a resztę to jest: $3a$ z większey znakiem pisać. Jaką iawną, że dodanie ilkości czasem się w odciągnięcie zamienia, nie przeto, żeby coś zwyczajnemu liczb dodawaniu przeciwnego było w dodawaniu literalnym, lecz że (co się w liczbach w ten sposób nie przytrafia) w Algebrze dane bywają do zebrania ilkości nie całkowite, lecz inną iaką zmniejszone ilkością, np. kiedy dane są $5a + 2a$, nie całko-

$$3a - a$$

wite $3a$ tu trzeba dodawać do $5a + 2a$, lecz zmniejszone ilkością $-a$, przeto termin $-a$ nie dodawać się do $+2a$, lecz od niego odciągnąć powinien (wszakże takie odciągnięcie $-a$ od $+2a$ na jedno wyniesie, iak gdyby toż $-a$ było odciągnięte od $3a$) reszta będzie z tymże, co i $2a$, znakiem, to jest: $+1a$, czyli a . Cała zaś tych dwóch danych ilkości summa będzie: $8a + a \equiv 9a$.
C. B. D. O.

ZADANIE III.

Jakim sposobem odciągać ilkości literalne.

SUBTRAKCYA III.

Odciągnięcie Algebraiczne odprawuie się przez skrocenie czyli Redukcyą, a to tym sposobem: napisawszy terminy odciążne, czyli odciągnąć się mające pod terminami danymi iakieykolwiek ilkości, czy to pojedynczey czy wielokrotney, odmienić trzeba wszystkie znaki wyraźne i domniemane położone przed temi terminami, które masz odciągnąć, tak, żeby tam był znak —, gdzie był + i przeciwnie, a dopiero uczynić redukcya, to jest terminy podobne iednoznaczne dodać, a różnoznaczne odciągnąć podług Przepisow Zad. I; pozostałe po Redukcyi terminy, będą resztą np. masz odciągnąć $a+b$ od $4a+b$, napisawszy ilkość odciążną pod daną większą ilkością, i znaki przed tamtą odmieniwszy tak:

$$4a+b,$$

$$-a-b$$

3a

redukuy, czyli dla przeciwnych znakow —a odciągnij od $4a$, —b także od $+b$, reszta zostanie 3a. Lecz gdyby od teyże samey ilkości $4a+b$ odciągnąć trzeba było —a—b, odmieniwszy znaki, byłaby ilkość odciążna $+a+b$, a zatyń redukuiąc, dodałaby się do



do $4a + b$, i zamiast reszty byłaby summa $= 5a + 2b$.

INNE PRZYKŁADY.

I.

Terminy $ab + ab^2 - d$ czyli: $ab + ab^2 - d$
 dane $ab - bc - d$ — $ab + bc + d$

Reszta odmieniwszy znaki,
 i redukcją uczyniwszy $= ab^2 + bc$.

II.

Terminy $x^2 + 7b + 3d + ac - b^3$
 dane: $x^2 + 6b + 6d + ac - b^2$

czyli: $x^2 + 7b + 3d + ac - b^3$
 $- x^2 - 6b - 6d - ac + b^2$

Reszta, po znakow —
 odmianie y Re-
 dukcyi $= b - 3d - b^3 + b^2$ przez
 Przeft. Zad. II.

O K A Z A N I E.

ZE w ilkościach odciążnych, znak $+$ zamienić się powinien, w $-$, i przeciwnie, Przepis ten wyciąga objaśnienia. Dajmy więc że od ilkośći a , masz odciągnąć $b - d$, postępując więc podług danego przepisu, odciągasz najprzód b od a , a że te ilkości są sobie niepodobne, przeto na miejscu reszty piszesz $a - b$, ale ta reszta jest większą, niż być po-

powinna, gdyż trzeba było nie całą ilość b odciągnąć od a , lecz umniejszoną ilością d . Zeby więc odciągnięcie ilości b nie było zbyt znaczne, trzeba koniecznie do ilości b przydać termin d , ażeby co się w ilości b nad potrzebę odciągnęło od a , przez ten przydatek terminu d było nadgrózione, a zatym znak — przed terminem d zamienić się powinien w przeciwny znak $+$. Rzecz ta widoczniejsza będzie w zwyczajnych liczbach. Niech będzie $a=6$, $b=5$, $d=3$; odciągając te liczby sposobem Algebraicznym, czyli tym, którym odciągałeś $b-d$ od a , będzie: $6-5+3=4$; gdyż od 6 odciągnąwszy 5, zostanie 1, a do 1 dodawszy 3, uczyni 4. Gdybyś zaś te dwie liczby $5-3$ dane do odciągnięcia od 6 z tymże samym znakiem odciągającym położył: $6-5-3$, wyraziłbyś tym sposobem, że od 6 odciągnąć trzeba i 5 i 3 to jest: 8, czego tucale nie trzeba, ponieważ $5-3=2$, więc 2 tylko od 6 odciągnąć trzeba, a nie 8, a zatym reszta być musi z znakiem dodatnym $=+4$ nie $=-2$. Więc przed ilością odciągłą znak odmienić trzeba. C. B. D. O.





ZADANIE IV.

Jak ilkości literalne i pojedyncze mnożą się?

MULTYPLIKACYA IV.

Mnożenie Algebraiczne na 4. rzeczach zasadza się 1. na znakach, 2. na współczynnikach, 3. na literach, 4. na wykładnikach; zaczym w mnożeniu czterech się trzymać trzeba Przepisow.

Przepis pierwszy na znaki: Produkt terminow iednoznacznych zawsze być powinien dodatny, przeto $++ = +$ także $-- = +$, to jest: mnożąc ilkość dodatną czyli znak $+$ mającą przez drugą także dodatną, albo odciążną czyli znak $-$ mającą przez drugą odciążną, w produkcie wypaść powinna ilkość dodatna czyli z znakiem $+$. Produkt zaś terminow różnoznacznych zawsze być powinien odciążny, przeto $+- = -$ albo $-+ = -$, to jest: mnożąc ilkość dodatną czyli mającą znak $+$ przez odciążną czyli mającą znak $-$, i przeciwnie, w produkcie powinna być ilkość odciążna czyli z znakiem $-$.

Przepis drugi na współczynniki. Współczynnik iednego terminu przez współczynnika drugiego terminu sposobem w mnożeniu liczb pospolitych zwyczajnym mnożyć się powinien, a ten przepis zachowuje się we wszystkich

stkich terminach iakichkolwiek ilkości tak wyraźnych iako i domniemanych współczynników mających.

Przepis trzeci na litery. Litery mnożyć nic innego nie jest, tylko porządkiem abecadła łączyć, czyli jest to litery ilkości tak mnożney iako i mnożącey wciąż na mieyscu produktu pisać bez żadnego nowego znaku przydatku procz tego, który przed terminem każdym podług Przepisu pierwszego kłaść się powinien.

Przepis czwarty na wykładników. Gdy ilkość iaka z wyraźnym lub domniemanym wykładnikiem ma się mnożyć przez drugą podobną wyraźnego lub domniemanego mającą wykładnika, ilkość taka raz się tylko pisać powinna w produkcie z summą obydwóch wykładników, które nie mnożą się, lecz dodają. Jeżeli zaś ilkości z wykładnikami wyraźnemi lub domniemanemi, temi samemi lub odmiennemi dane do mnożenia sobie będą nie podobne, czyli nie iednakiemi literami wyrażone, te według Przepisu trzeciego łączą się z sobą w produkcie z temiż, z ktoremi dane są wykładnikami. Obaczmy iak się te Przepisy w przykładach używają. 1. Niech będzie dana do mnożenia ilkość ab , a mnożąca c , będzie w produkcie tenże sam i znak domniemany i współczynnik, (przez Przepis 1 i 2) a litera c mnożąca złączy się z mnożnemi podług porządku abecadła, a zatym $ab \times c = abc$; przeciwnie, jeżeli mnożna

bę-

$a + 3c - d$ Położywszy ilkości mnożą-
 $2a - d$ ce, pod mnożnemi, mnoż
 przez pierwszy nayprzod ter-
 $2a^2 + 6ac - 2ad$ min $2a$ całą ilkość mno-
 $- ad - 3cd + d^2$ żną $a + 3c -$
 d , a nayprzod : $a \times 2a$ czyli a rozmnożone przez
 $2a = 2a^2$ (przez Przepis 1.) potym $+ 3c \times$
 $+ 2a = + 6ac$ (przez Przepis 2 i 3) na ko-
 $- d \times + 2a = - 2ad$ (przez Przepis 1.)
 Powtore mnoż przez drugi termin $- d$, zno-
 wu całą ilkość mnożną, będzie nayprzod
 $a \times - d = - ad$ (przez Przepis 1.) a produkt
 ten pod podobnym terminem $- 2ad$ podpisz,
 potym $3c \times - d = - 3cd$, a produkt możesz
 wciąż pisać, nie mając innego podobnego,
 na koniec $- d \times - d = + d^2$ (przez Przepis
 1. i 4.) Nareszcie dwa te produkty przez
 piąty Przepis w iedną zbierając sumę czyli
 redukując, wypadnie ogulny produkt : $2a^2 +$
 $6ac - 3ad - 3cd + d^2$, gdyż dwa owe podo-
 bne i iednoznaczne terminy w szczególnych
 produktach $- 2ad - ad$ przez dodanie zamie-
 niły się w ieden $- 3ad$.

INNE PRZYKŁADY.

*Ktore ilkości wielokrotne i mnożyć, i do wyż-
 szych stopniow wynosić, czyli robić z nich
 czworograny, sześciograny i t. d. nauczą
 (patrz Wykład VI.)*

I.

DAymy ilkość (ktora jest pierwszym sto-
 pniem czyli ścianą) dwukrotną $a + b$,
 wy-

wynieśiesz ją do drugiego stopnia, czyli zrobisz z niej czworogran, gdy ją przez nią samą rozmnożysz podług danych Przepisow. Będzie więc $a + b \times a + b$, czyli:

$$\text{Mnożąc przez } a + b$$

$$\text{A produkt redukując, } \begin{array}{r} a^2 + ab \\ + ab + b^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Czworgran} = a^2 + 2ab + b^2$$

Jeżeli zaś zechcesz mieć z teyże daney ilkości $a + b$ sześciogran, czyli stopień 3ci, rozmnoż przez nią znaleziony dopiero czworogran, będzie $a^2 + 2ab + b^2 \times a + b$, czyli:

$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{Mnożąc przez } a + b$$

$$\text{Redukując zaś } \begin{array}{r} a^3 + 2a^2b + ab^2 \\ + a^2b + 2ab^2 + b^3 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Sześciogran} = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Gdybyś chciał do czwartego jeszcze stopnia też ilkość $a + b$ wynieść, musiałbyś znowu przez nią rozmnożyć dopiero wyszukany sześciogran.

$$\text{Będzie więc, } a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{Mnożąc przez } a + b$$

$$\text{I redukując te } \begin{array}{r} a^4 + 3a^3b + 3a^2b^2 + ab^3 \\ + a^3b + 3a^2b^2 + 3ab^3 + b^4 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Stopień 4ty} = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

itak daley.

II.

II.

Daymy ilkość trzykrotną $a+b+c$, z ktorey trzeba zrobić czworogran, będzie:

$$a+b+c$$

Mnożąc przez $a+b+c$

$$\begin{array}{r} \text{Redukuiąc zaś } a^2 + ab + ac \\ \text{te produkta, } + ab + b^2 + bc \\ + ac + bc + c^2 \end{array}$$

$$\text{Czwor.} = a^2 + 2ab + 2ac + 2bc + b^2 + c^2$$

Ten zaś rozmno-

żony przez $a+b+c$

$$a^3 + 2a^2b + 2a^2c + 2abc + ab^2 + ac^2$$

$$+ a^2b + 2abc + 2ab^2 + 2b^2c + bc^2 + b^3$$

$$+ a^2c + 2abc + 2ac^2 + b^2c + 2bc^2 + c^3$$

Produkta zredukowane uczynią sześciogran

$$a^3 + 3a^2b + 3a^2c + 6abc + 3ab^2 + 3ac^2 + 3b^2c + 3bc^2 + b^3 + c^3$$

III.

Daymy ilkość dwukrotną różniznaczną: $2x-y$, będzie:

$$\text{Mnożąc } 2x - y$$

$$\text{przez } 2x - y$$

$$\begin{array}{r} \text{Redukuiąc } 4x^2 - 2xy \\ \text{produkta } - 2xy + y^2 \end{array}$$

$$\text{Czworogran} = 4x^2 - 4xy + y^2$$

Czworogran $= 4x^2 - 4xy + y^2$
 A ten mnożąc przez $2x - y$

$$\begin{array}{r} \text{J redukuiąc } 8x^3 - 8x^2y + 2xy^2 \\ \quad - 4x^2 + 4xy^2 - y^3 \\ \hline \end{array}$$

Sześćcio-

$$\text{gran} = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$$

Mnożąc znowu przez

$$\text{tęż ścianę} \quad 2x - y$$

$$\begin{array}{r} \text{Redukuiąc } 16x^4 - 24x^3y + 12x^2y^2 - 2xy^3 \\ \quad - 8x^3y + 12x^2y^2 - 6xy^3 + y^4 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Stop. 4.} = 16x^4 - 32x^3y + 24x^2y^2 - 8xy^3 + y^4$$

Podobnym sposobem do wyższych stopniów wynosić można ilkości dane, mnożąc niższe stopnie przez tęż samę, ścianę czyli na początku dane ilkości.

OKAZANIE

Przepisow danych nayprzod na znaki, potym na wykładnikow, ponieważ inne przez się iasne.

I. **C**O się tycze znakow, nayprzod, że $+$ \times $=$ $—$, i $—$ \times $+$ $=$ $—$ tak się dowodzi: gdy np. a mnożysz przez b $—$ c, i z pierwszego terminu b rozmnożonego przez a wychodzi produkt ab, oczywista iest, że ten produkt większy iest, niż być powinien, gdyż nie cała ilkość b, ale umniejszona il-

ko-

kością c mnożyć się miała przez a. Zaczynamy w produkcie ab tyle razy nadto zamyka się ilkość c, ile razy w tymże produkcie mieści się b. A że ilkość a pokazuje, ile razy b w produkcie ab mieści się (ponieważ b przez a jest rozmnożone, czyli b tyle razy wzięte, ile w a jest iedności) toć ilkość c tyle razy odciągnąć się powinna od produktu ab, ile ma w sobie iedności ilkość a, a zatem ilkość c rozmnożona przez a, czyli $c \times a = ac$ odciągnąć się ma od ab, więc cały produkt z ilkości $a \times b - c$ wyidzie $= ab - ac$, a zatem $-c \times +a = -ac$, więc ogulnie $+ \times -$ i przeciwnie $= -$. Co się nierownie iasniey w liczbach wyda. Daymy więc, że $a = 5$, $b = 6$, $c = 4$, będzie $a \times b - c = 5 \times 6 - 4$. Mnożąc liczby te sposobem Algebraicznym, rozmnożysz nayprzod 5 przez 6, lecz $5 \times 6 = 30$, więc produkt ten większy wypada, niż być powinien, gdyż nie całe 6, lecz zmniejszone liczbą 4 czyli 2 przez 5 mnożyć się było powinno. Rzetelny tedy produkt z $5 \times 6 - 4$ być powinien $= 10$, a tu wypadł nierownie większy, gdyż $= 30$. Zkądże to zbyteczne produktu powiększenie poszło? Oto, że liczba 4, którą potrzeba było odciągnąć od 6, pięć razy w owym produkcie, to jest: w 30 jest umniejszona. Zeby tedy produkt należyty był, z 30 pięć razy 4 to jest: 20, odciągnąć trzeba, a reszta, to jest: 10 będzie produktem rzetelnym. Przeto produkt z

$5 \times 6 - 4$



$5 \times 6 - 4$ tak się wyrazić powinien, $30 - 20 = 10$, albo też tak: - - 5

Gdzie oczywiſta rzecz, $6 - 4$
 że $- 4 \times 5$ czyli $+ 5 =$ nie ————
 $+ 20$, lecz $- 20$. Więć po- $30 - 20 = 10$.
 wszechnie $- \times +$, i $+ \times - = -$. C.
 B. D. O.

II. Ze zaś $- \times - = +$, czyli że
 mniej mnożąc przez mniej wypaść powinno
 w produkcie więcej, zaczynającym zda się
 rzecz niepojęta, niechże następujące zważają
 okazanie, a nic im w caſey Algebrze nie bę-
 dzie łatwiejszego do zrozumienia i pojęcia.
 Masz np. do mnożenia daną ilkość $a - a$ przez
 $- b$, ponieważ $a - a = 0$ więc choć i roz-
 mnożysz $a - a$ przez $- b$, produkt inny
 wyjść nie powinien, tylko $= 0$. Bo cyfra
 sama przez się wzięta iako przez liczbę, tak
 przez literę mnożoną nic nie uczyni, tylko
 cyfrę.

Ale że mnożąc $a - a$ przez $- b$, wy-
 padać muſi pierwszy termin produktu $- ab$
 z znakiem odciążnym — (iako się w okaza-
 niu I. dowiodło) toć drugi termin produ-
 ktu nie może być tylko z znakiem dodatnym
 $+ ab$, inaczej, dwa te terminy produktu ze-
 psułyby się nie mogły, a zatym produkt nie
 byłby $= 0$, czego tu koniecznie trzeba, gdyż
 iako się wyżej rzekło, $a - a = 0$. Przeto
 $- a$ rozmnożywszy przez $- b$, produkt mu-
 si być $= + ab$, a zatym ogólnie $- \times - =$
 $+$. Położmy na mieyscu liter a, b , liczby

20
—
10.
C.
ze
no
się
aią
bę-
cia.
zez
ro-
ny
fra
tak
lko
wy-
ab
za-
du-
ym
ze-
nie
yz
zero
mu-
—
czy
6

6 i 4, żeby było $a - ax - b = 6 - 6x - 4$,
 rozmnóżywszy, produkt być powinien $= 0$.
 Gdyby zaś iak pierwszy termin $6x - 4$ czy-
 ni -24 , tak i drugi termin $-6x - 4$
 miał uczynić -24 , toć produkt ten nie
 mógłby być żadną miarą $= 0$. Gdyż -24
 i drugie -24 redukować się powinno przez
 dodanie (Zadan. 1.) uczynił zatym -48 .
 Więc $-6x - 4$ musi uczynić $+24$, a za-
 tym produkt ten: $-24 + 24$ dla przeci-
 wnych znaków zepsuie się, i będzie $= 0$. Dal-
 sza zaś przyczyna tego iest, że ilkości odcią-
 żne zmieszane z dodatnemi do mnożenia dane
 bywają, trzebaby więc pierwey, niż się ro-
 zmnożą, tamte od tych odciągnąć, ale że
 nie odciągnięte pospolicie mnożą się dla tego,
 że w terminach niepodobnych dane będąc, od-
 ciągnąć się nie mogą; więc trzeba koniecznie
 w produkcie dwóch odciążnych znak odmie-
 nić, żeby pokazać, że te ilkości przed mno-
 żeniem miały się odciągnąć, a nie odciągnęły
 się dla tego, że sobie nie były podobne, to
 zaś pokazać się inaczej nie może, tylko przez
 odmianę znaku, gdyż ile razy ilkości niepo-
 podobne odciągają się, odciągnięcie ich pokazuje
 się, i wyraża odmienieniem znaku, iako się
 okazało pod Zadan. 3. Więc $-x -$ w pro-
 dukcie być powinno $= +$. Można tego do-
 świadczyć ieszcze w liczbach, mnożąc ie spo-
 sobem Algebraicznym np.

$$5 - 2$$

Należałoby tu wprzód 2 od

$$4 - 3$$

5, a 3 od 4 odciągnąć, a re-

C

sztę



szte 3 i 1 rozmnożyć, byłby 20—8
 zatym produkt rzetelny 3×1 —15+—6
 =3, ale gdy te liczby przed —————
 mnożeniem nie odciągnione 5—2=+—3.
 mnożą się na ten czas, żeby pokazać, że te
 liczby —2×—3 powinny się były odcią-
 gnąć, a zatym (podług Przepisow na odcią-
 ganie ilkości w Zadan. 3 danych) znaki przed
 niemi odmienić tak, żeby, się stały =+—
 2×+—3 potrzeba w produkcie 6 znak odcią-
 żny — zamienić w dodatny +—, więc ogul-
 nie, —×—=+—. C. B. D. O.

III. Co się tycze wykładników, te że
 w mnożeniu ilkości dodawać się, nie rozmna-
 żać powinny, przez samę liter z mnożenia
 wypadających uwagę iasnie się okazuje. Da-
 ne albowiem do mnożenia z wykładnikami il-
 kości np. $a^2 \times a^3$ mogą się tak wyrazić $aa \times aaa$,
 lecz aaa mnożąc przez aa w produkcie (przez
 Przepis 3) wychodzi $aaaaa$, więc na iedno
 wyniesie mnożąc, wciąż pisać ilkości bez wy-
 różnych wykładników, albo też samych wy-
 kładników, z raz napisaną literą w iedną sum-
 mę dodać, gdyż $a^2 \times a^3$ dodawszy 2+—3, bę-
 dzie = a^5 = $aaaaa$. C. B. D. O.

Przeſtoga 1. Czasem Algebryſtowie nie
 mnożąc ilkości danych do mnożenia, wyraża-
 ją tylko, że się mnożyć powinny, przez li-
 niiki ciągnione wierzchołkiem ilkości mno-
 żney i mnożącey, złączonych znakiem +— np.

$$\text{---}3c\text{---}d+bc\text{---}d.$$

Z A D A N I E V.

Jakie są sposoby dzielenia literalnego?

D Y W I Z Y A V.

I. **L**iteralne dzielenie ilkości, zwłaszcza pojedynczych, czynić się może sposobem następującym: dane do podziału ilkości ułożyć kształtem łamaney liczby tak, żeby nad liniiką podzielna, czyli do podzielenia dana, a niżej liniiki dzielnicza, czyli ta, przez którą dzielić trzeba, ilkość była położona, np. mając ilkość $6abc$, dzielić przez $3ab$, można nakształt frakcyi $6abc$ nad liniiką, a pod nią $3ab$ położyć, będzie zna- $6abc$ czyć, że $6abc$ podzielić potrzeba ——— przez $3ab$. Dzielić więc tym sposobem ilkości, nic innego nie jest, tylko je na frakcyę obrocić. A że frakcyę, gdy są w wielkich terminach, na mnieysze się obracają, toć i z Algebraicznemi podobnie uczynić trzeba terminami, to jest: na mnieysze je terminy obrocić należy, w czym tak, iak w mnożeniu, czterech trzeba się trzymać Przepisów.

Przepis pierwszy tenże sam, który dany był pod Zadan. 4. na znaki: wieloraz z podziału terminow iednoznacznych wypadły powinien być zawsze dodatny, a zatym

$\frac{+}{-} = \frac{+}{-}$, i $\frac{+}{-} = \frac{+}{-}$ czyli więcej po-
 dzielone przez więcej , i mniej przez mniej
 $=$ więcej. Wieloraz zaś z podziału termi-
 now różniznaczných wypadły , powinien być
 $\frac{+}{-}$
 zawsze odciażny , a zatym $\frac{+}{-} = \frac{+}{-}$, i
 $\frac{+}{-} = \frac{+}{-}$, czyli więcej podzielone przez
 $\frac{+}{-}$
 mniej , i mniej przez więcej $=$ mniej.

Przepis drugi na współczynniki. Jeżeli
 współczynnik ieden przez drugiego bez reszty
 podzielić się może , tedy się dzieli , a Wieloraz
 z takiego podziału wypadły nowym bę-
 dzie współczynnikiem tej ilkości (w iakich-
 kolwiek ona terminach znayduie się , czy w
 podzielnych , czy w dzielniczych) która
 miała większego współczynnika. Jeżeli zaś
 bez reszty podzielić się nie mogą , zostawiają
 się obydwu współczynniki tak , iak były ,
 kształtem łamaney liczby wyrażone. Jeżeli
 na koniec oba współczynniki trafią się równe ,
 oba się psują i mażą , gdyż dzieląc ie w samey
 rzeczy , Wielorazem byłaby iedność , która się
 wyrażnie przed ilkością nie pisze (Wykład
 V.)

Przepis trzeci na litery : Litery , iak się
 już namieniło , pisać się nakształt liczby ł-
 maney powinny , które albo są iednakie tak
 w podzielney ilkości , iako i w dzielniczey ,
 albo

albo odmienne. Jeżeli które będą iednacie, czyli też same w obydwóch ilkościach, psują się i mażą, a inne litery, ieżeli się znaydą, w tychże ilkościach odmienne, na mieyscu wieloraza się piszą; ieżeli zaś innych liter nie masz, ani wyraźnego współczynnika nie było, na mieyscu wymazanych liter kładzie się i.

Przepis czwarty na wykładnikow. Jeżeli ilkości dzielą się, mające wyraźnych lub domniemanych wykładnikow, odciągnij mniejszego wykładnika od większego, w którymkolwiek terminie będzie czy w podzielnym, czy w dzielniczym, a resztę na mieyscu większego położ z tą samą literą raz tylko wziętą, zmazawszy ją tam, gdzie z mnieyszym była wykładnikiem, a na iej mieyscu napisawszy i, gdy inney w tymże samym terminie nie masz litery, iako się rzekło w Przep. 3. kiedy zaś iedne są litery z iednakimi wykładnikami, tak wykładniki iako i litery się mażą, a na mieyscu liter kładzie się i. Już ieżeli z wykładnikami odmienne trafiają się litery w obydwóch terminach, dzielić się takie ilkości nie mogą, zostają więc nakształt liczby łamaney ułożone, z znakami wprzod i współczynnika uczyniwszy. to, co się podług Przep. i i 2 uczynić mogło.

P R Z Y D Ł A D Y.

I. **D**Aymy do dzielenia ilkość $4ac^3b^2d$ przez $—2cb^3d$, będzie nayprzód:

$$4ac^3b^2d$$

—
— $2c b^3d$ Powtore : — — — — —, a za-

tym Wieloraz musi być odciążny, przez Prze-

pis 1. Potrzebie : $\frac{4}{2} = 2$ przez Przepis 2,

$$—2ac^3b^2d$$

a zatem tak się już wyrazi : —
— cb^3d

Poczwarte zepsuie się i zmaże d w terminach
obydwoch podzielny i dzielniczym przez

$$—2ac^3b^2$$

Przepis 3, zostanie więc —
— cb^3

szcze odciągając współczynniki mniejszych
od większych, to jest : domniemanego 1 il-
kości c od 3 teyże ilkości w terminie po-
dzielny, i 2 ilkości b w tymże terminie od
3 ilkości także b będącey w terminie dzielni-

$$—2ac^2$$

czym, zostanie : —, i to jest : Wielo-

raz z podziału wypadły przez Przepis 4, gdzie
na miejscu wymazaney litery c w terminie
podzielny nie kładzie się już i, gdyż zo-
staie ieszcze w tymże terminie ilkość b.

II. Daymy do dzielenia — $12a^2$ przez

$$—12a^2$$

— $12a^3b$; będzie 1. —, 2. —

$$—12a^3b,$$

$$+ , 3 : \frac{12}{12} = 1 . 4 . \frac{a^2}{a^3} = 3 - 2 = 1 = a$$

przez Przepis 4, a zatym wieloraz $\frac{1}{ab}$,

gdzie znak wyrażnie nie kładzie się przez wykład V, a 1 wyraża się, gdyż żadna w podzielney ilkości nie została litera.

$$\text{III.} \\ \frac{3abc}{3abc} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{IV.} \\ \frac{4bd}{2bd} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\text{V.} \quad \frac{3ab}{5a} = \frac{3}{5} b . \quad \text{VI.} \quad \frac{4bd}{1} = 4bd, \text{ i t. d.}$$

Tychże samych Przepisow trzymając się, można by i wielokrotne ilkości dzielić, zwłaszcza kiedy wiele liter w podzielnych i dzielniczych terminach trafi się iednakich, np. dzieląc ax —

$$2abx \text{ przez } ax + axx, \text{ będzie: } \frac{ax - 2abx}{ax + axx} \\ \text{czyli}$$



czyli wymazawszy w obydwóch terminach il-
kości tak podzielney, iako i dzielniczey ax

podług Przepisu 3. zostanie $\frac{1-2b}{1+x}$, czy-

li $= 1 - \frac{2b}{x}$, gdyż $\frac{1-2b}{1+x}$ przez

Przepis 1. Gdyby zaś było: $\frac{ax-2abx}{ax}$ po-

nieważ dzielnik ax należy do całej podziel-
ney ilkości, i cała ta frakcja równa tym dwom:

$\frac{ax}{ax} - \frac{2abx}{ax}$, trzeba by obydwie terminy

podzielne przez ax podzielić, wieloraz zatym
byłby $= 1 - 2b$. Lecz ten sposób dziele-
nia literalnego ilkości wielokrotnych, z wie-
lu osobliwie terminów złożonych mogłby za-
czynających w zawiłości i omyłki iakie wpra-
wić, więc w dzieleniu takich ilkości z wię-
kszą łatwością i pewnością swej roboty na-
stępującego używać mogą sposobu.

II. Drugi sposób dzielenia literalnego
ilkości zwłaszcza wielokrotnych podobny co
do ułożenia terminów, i niektórych innych
okoliczności do zwyczajney w Arytmetyce Dy-
wizyi jest ten: Daymy np. ilość sześciokro-
tną do podziału $a+b+n+r+b+a+b$,
przez dwukrotną $a+b$. Ułoż najprzod da-
ne ilkości tak, iak się układają liczby do
dzie-

dzielenia dane w Arytmetyce, to jest: tak, żeby we środku była ilkość podzielna, dzielnik zaś po lewej, a wieloraz po prawej stronie, obydwą kreskami oddzielone, czego masz wizerunek następujący:

[illegible]

Powtore: dziel najprzod pierwszy termin ilkości podzielney, to jest: an przez pierwszy termin dzielnika czyli przez a , mając w pamięci Przepis wyżej na znaki dany,

że — i przeciwnie, —, i —

†, pierwszym terminem wieloraza będzie

+n, gdyż — mażą się przez Przepis 3.

Potrzenie: przez ten termin wieloraz $a \div b$ n
roznoż całego dzielnika $a \div b$, zachowując
Przepisy na mnożenie dane pod Zad. 4, a
produkt ztąd wypadły odmieniwszy znaki
odciągnij od terminów podobnych ilkości po-
dzielnej, iakie tu są dwa pierwsze, po od-
ciągnięciu nie zostaje nic tylko cyfra przez
Zad. 3. Poczwarne: przez tenże pierwszy
termin dzielnika, to jest przez a , dziel po-
dobny, który z pozostałych podzielny, iaki tu
jest.



ieft—ar, będzie drugi termin wieloraza—r przez Przepis 1 i 3, a przez toż—r rozmnożywszy całego dzielnika $a+b$, i produkt—ar—br po odmienieniu w nim znaków odciągający od terminów podzielnych podobnych, to ieft: od—ar—br, nic nie zostanie. Na koniec przez toż a dziel z resztuiących terminów podobny $+a$, będzie ostatni termin Wieloraza $+1$ przez Przepis 3, a przez tenże termin rozmnożywszy całego dzielnika, i produkt $+a+b$ odciągający iak wyżej, po odmienieniu znaków, od reszty terminów podzielnych, nic nie zostanie, a za tym cały wieloraz będzie $=n-r+1$

INNE PRZYKŁADY.

I.

Dzielnik	Ilkość podzielna	Wieloraz
$2a+3b$	$ 4a^2+12ab+9b^2$	$ 2a+3b$
	$4a^2+6ab$	

o

Reszta	$+6ab+9b^2$
	$6ab+9b^2$

o o



II.

Dzielnik	Ilkość Podzielna	Wieloraz.
$ab + 2d - 3c$		
$ \quad ab^2 - abc - 3bc + 2bd + 3c^2 - 2cd$	$ b - c$	
$ -ab^2 \quad + 3bc - 2bd$		
<hr/>	<hr/>	<hr/>
0	0	0
Reszta: $-abc + 3c^2 - 2cd$		
$+ -abc - 3c^2 + 2cd$		
<hr/>	<hr/>	<hr/>
0	0	0

III.

Dzielnik	Ilkość Podzielna	Wieloraz.
$x^2 - y$		
$ \quad abx^2 + cx^2 + dx^2 - aby - cy - dy$	$ ab + c + d$	
$ -abx^2 \quad + aby$		
<hr/>	<hr/>	<hr/>
0	0	
Resta: $+cx^2 + dx^2 - cy - dy$		
$-cx^2 \quad + cy$		
<hr/>	<hr/>	<hr/>
0	0	
Reszta: $+dx^2 - dy$		
$-dx^2 + dy$		
<hr/>	<hr/>	<hr/>
0	0	

IV.

IV.

Dziel.	Ilkość	Podzielna	Wieloraz.
$x-2y-3z$			
$ ax-2ay-3az+bx-2by-3bz-cx+2cy+3cz$	$ a+b+c$		
$ -ax+2ay+3az-bx+2by+3bz-cx-2cy-3cz$			
—	—	—	—
o	o	o	o

O K A Z A N I E.

Przepisow danych na dzielenie ilkości literalnych.

I. **D**Ało się widzieć w dzieleniu ilkości tak pierwszym iako i drugim sposobem, że odprawienie tegoż dzielenia naypierwey na znakach

zależy, to iest: na tym Przepisie, że ———, i

—————, a ———=+— który wypływa

z przepisu danego na znaki w mnożeniu ilkości, i kto tamtego okazanie zrozumiał, tym samym i ten iuż zrozumiał. Ponieważ bowiem produkt wypadający z rozmnożenia wieloraza przez dzielnika równy być powinien ilkości podzielney, idzie zatym, że wieloraz wypadły z podziału ilkości odciążney przez odciążną być powinien dodatny. Daymy albowiem, żeby niedodatny, ale był odciążny, więc rozmnożywszy przez niego dzielnika odciążnego, produkt musiałby być dodatny (przez

Okaz.

Okaz. 2. Zad. 4.) a zatym nie byłby rowny
 ilkości podzielney, która iest odciążna nie do-
 datna, przeto brak znacząca i mnieysza od cy-
 fry np. dzieląc $\frac{6a}{3a}$ przez $\frac{2a}{2a}$, ieżeli
 wieloraz wypadły $\frac{2a}{2a}$, a nie $\frac{1a}{1a}$, toć
 rozmnóżony przez swego dzielnika tenże wie-
 loraz uczyniłby $\frac{1a}{1a}$, toć nie byłby rowny
 ten produkt ilkości podzielney $\frac{6a}{3a}$, bo
 tamten znaczy rzetelną sumę, a ta brak
 czyli mniej, niż nic; więc wieloraz wypa-
 dły z dzielenia ilkości odciążney przez odcią-
 żną powinien być dodatny. C. B. D. O. Po-
 dobnie okazać można, że dzieląc ilkość od-
 ciążną przez dodatną i przeciwnie, wieloraz
 być powinien odciążny, gdyż inaczey pro-
 dukt z wieloraza i dzielnika wypadły podziel-
 ney ilkości nie byłby rowny i t. d.

II. Przepis drugi przez się iasny. Co się
 tycze 3ciego, literalne dzielenie naybardziej
 natym zależy, aby z dzielnika i podzielney il-
 kości iednakie wymazać, a odmiennie za wielo-
 raz napisać litery. Nie idzie iednak zatym,
 żeby wymazawszy iednakie litery, gdy in-
 nych od wymazanych odmiennych kilku lub
 iedney niemasz, pisać się miała na miejscu,

ab

wieloraza cyfra, żeby było np. $\frac{ab}{ab}$ czyli

ab

$\frac{ab}{ab} = 1$, gdyż obydwie te terminy mają
 domniemanego współczynnika 1, i zaś po-
 dzielone przez 1 iest rowne $= 1$ czyli :

1

I ab
 $\text{---}=\text{I}$, więc i $\text{ab}|\text{ab}|\text{czyli: ---}$ albo
 I ab
 iab

$\text{---}=\text{I}$ Jakoż kiedy dzielimy ab przez
 iab

ab , pytamy się wiele razy mieści ab w ab ,
 ilkość zaś każda raz się w sobie samey mie-
 ab

ści, a zatym $\text{---}=\text{I}$. C. B. D. O.
 ab

III. Co się tycze na koniec wykładni-
 kow, oczywista rzecz, że te w dzieleniu od-
 ciągnąć się, nie dzielić powinny. Dane albo-

wiem do podziału ilkości np. --- mogą się
 a^5
 a^2

aaaaa

tak wciąż pisać: --- , a zatym dzieląc ie
 aa

podług Przep. 3., to jest: iednakie litery
 wymazując, wieloraz będzie $\text{---}=\text{aaa}$ czyli a^3 ,
 to jest: reszta po odciągnięciu z wykładnika
 iednego terminu od 5 wykładnika drugiego;
 więc dzieląc ilkości, wykładniki onych odcią-
 gąć się powinny, nie dzielić, i mogą się tak
 wyrażać $\text{a}^5 - 2 = \text{a}^3$. C. B. D. O.

Przeftroga i. Lubo zachowawszy tak w
 mnożeniu iako i dzieleniu ilkości, dane i oka-
 zane Przepisy, nie trzeba się bać, ani w pro-
 duktach, ani w wielorazach żadney omyłki,
 atoli dla ugruntowania w Rachunkach literal-
 nych,

nych, zaczynających Algebryftów, nie zawadzi, aby umieli mnożenia i dzielenia odprawionego doświadczać. A nayprzód mnożenia doświadczą łatwo, kiedy produkt podzielią przez ilość mnożącą; ieśli dobrze odprawione mnożenie, wypadnie im za wieloraz mnożna, i przeciwnie, wypadnie im mnożąca, kiedy produkt podzielią przez mnożną. J tak w Przykładzie III. pod Zad. 4. Czworogran $4x^2 - 4xy + y^2$, który ieſt produktem ilości $2x - y$ rozmnożoney przez nię samę; będzie dobrym, ieżeli podzielony przez $2x - y$ wroci ilość mnożącą. Wszakże:

$$\begin{array}{r|l} 2x - y & 4x^2 - 4xy + y^2 \\ & \underline{4x^2 - 4xy} \\ & y^2 \end{array}$$

o

$$\begin{array}{l} \text{Reszta: } -2xy + y^2 \\ \quad + 2xy - y^2 \\ \hline \end{array}$$

o : o

Nie mniej dobrze i sześciogran $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$ przez rozmnożenie czworogranu $4x^2 - 4xy + y^2$, i ściany iego $2x - y$ zrobiony pokaże się, ieśli podzieli się albo przez ścianę, i wypadnie czworogran, albo przez czworogran i wypadnie ściana. Niech będzie:



$$4x^2 - 4xy + y^2$$

$$\begin{array}{r|l} 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3 & 2x - y. \\ \hline -8x^3 + 8x^2y - 2xy^2 & \end{array}$$

□

$$\begin{array}{r} \text{Reszta : } -4x^2y + 4xy^2 - y^3 \\ \quad + 4x^2y - 4xy^2 + y^3 \\ \hline \end{array}$$

o o

Powtore : Dzielenia dobrze odprawionego doświadczy, kto wieloraz rozmnożywszy przez dzielnika, znajdzie produkt równy ilkości podzielney, tak chcąc doświadczyć, czy dobrze podzielona ilkość wielokrotna w Przykładzie pod Zadani 5., potrzeba wieloraz: $n - r + 1$ rozmnożyć przez dzielnika $a + b$, będzie:

$$\begin{array}{r} n - r + 1 \\ a + b \end{array}$$

$$an - ar + a - nb - br + b$$

Produkt równy ilkości podzielney, i tam daley.

Przeſtroga 2. Czasem Rachmistrze Literalni przydłuższe ilkości do dzielenia dane, nie czyniąc tegoż dzielenia, ani kształtem łamaney liczby nie wyrażając, pokazują tylko przez znaki, iż się dzielić powinny. Znaki zaś te są $(2ab + cd - ab - d) : (a - c,)$ z których pierwszy ilkości podzielney, a drugi dzielniczey jest wyrazem. Podobnych znakow i do wyrażenia ilkości do mnożenia danych

nych używają, z tą tylko różnicą, że między ilkością podzielną i dzielnikiem, dwóch kropek nie kładą.

Przestroga 3. Po tych pierwszych Algebry początkach, dają niektorzy obszernie nauki o łamanych ilkościach, czyli o frakcyach Algebraicznych, ale mniej potrzebnie; gdyż Ci, którzy Algebry uczyć się zaczynają, umieją, i umieć koniecznie pierwej powinni początki pospolitey Arytmetyki; a zatym i naukę o łamanych liczbach, do ktorey nauczania się nie brakuie książek w Oyczytym nawet ięzyku wydanych. Tę zaś umiając, możnaż nie umieć frakcyi Algebraicznych? Wszakże, cokolwiek czyni się z frakcyami w Arytmetyce, toż samo czynić trzeba i z ilkościami łamanemi w Algebrze. Kto więc tamte do iednego np. Mianownika obrocić potrafi, potrafi i te; kto umie tamte dodawać, odciągac i t. d., tym samym umie i tych dodanie, odciagnienie i t. d., zwłaszcza, że rzadko frakcye w rezolwowaniu, osobliwie Problematów, z samych się składają liter, pospolicie liczby za Licznikow albo Mianownikow miewają.

Do tego, naywiększa prawie umienia literalnych frakcyi iest potrzeba, żeby wiedzieć, iak też frakcye z Ekwacyi wyrugować, gdzie pospolicie Algebrystowie do iednego Mianownika frakcye wszystkie pracowicie obracają, dopiero odciągając iedne od drugich, lub dodając, podług różności zna-

kow, gubią ie i z Ekwacyi ruguią; na to zaś krotszy nie rownie i arcy łatwy da się w następującym Rozdziale sposob. Przeto nauka o frakcyach Algebraicznych przykładem innych Rachmistrzow literalnych dawana, dla czytających tę książkę, a pospolite frakcye umiejących, stałaby się nie przydatną, i cale nie użyteczną, dla tego opuszcza się.



R O Z D Z I A Ł II.

O Rezolnowaniu Problematów w ogulności.

W Y K Ł A D

Słow do tey Algebry części potrzebnych.

I. **P**roblema jest Zagadnienie względem ilkości iedney lub kilku niewiadomych, ktoreby z innych już wiadomych, za pomocą Algebry mogły być wyprowadzone i odkryte np. Gdy cię kto zagadnie, którą to jest liczba, ktoraby dwiema ze czterech swoich części zwiększona uczyniła 60? będzie to Problema do rezolnowania ci dane, czyli będzie to Zagadnienie, ktoreś rozwiązać, i przez Algebrę ułatwić powinien.

II. Oczywista zaś rzecz jest, że z danych wiadomych ilkości niewiadomey doysć i'wynaieść żadną miarą nie można, ieżeli mię-

dzy

aš
 a-
 ka
 a-
 a
 a-
 e

1-
ca
te
est
ch
o-
ie
ez
a-
sc
ic-

2-
SC
C-

Przepis pierwszy. Na rezolwowanie Problematów w ogólności, to jest: o zakładaniu liter za ilości niewiadome i wiadome.

Trzeba wszystkie warunki Zagadnienia dobrze roztrząsnąć i zrozumieć, a potem literami tak wiadome, iako i niewiadome wyrazić ilości, czyli: I. Mając do rezolwowania dane sobie Problema, zważay dobrze, o czym Cię zagadniono, iaki cel pytania, iakie rzeczy zapytanych istotne warunki. II. To wyrozumiawszy, miarkuy, które są ilości wiadome, a które niewiadome, i te, które wiadome są, wyraż pierwszemi abecedą literami a, b, c , które zaś niewiadome, wyraż ostatniemi, x, y, z , np. zagadnie Cię kto, które dwie takie liczby są, których $\text{summa} = 15$, a $\text{produkt} = 56$, zważywszy Zagadnienie, kładź za liczby, litery, za wiadome kładź a, b , za nie wiadome x, y , będzie więc $15 = a + b$, $56 = a \cdot b$, liczba w Zagadnieniu nie wiadoma iedną $= x$, drugą $= y$, których liter w całej dalszej rachubie będziesz zamiast liczb używał. Założenie zaś to liter za liczby, żebyć z pamięci nie wypadło, na karcie zanotuy.

Przeftroga. Nie zawsze odmiennemi literami odmienne w Zagadnieniu wyrażać trzeba ilości. Można czasem dla skrocenia literalnego rachunku, iedną literą kilka wyrazić rzeczy, zwłaszcza niewiadomych, a to w tych przypadkach; 1. Kiedy w Zagadnieniu dwie są niewiadome ilości, a iedna z nich

nich, we dwoie, we troie, we czworo i t. d. większa nad drugą, w ten czas mnieyszą nazwać możesz x , a drugą nie y , lecz $2x$, albo $3x$, albo $4x$ i t. d. lub kiedy iedna ilkość większa, a druga będzie przez połowę mnieysza, w ten czas pierwszą mianować możesz x ,

x

a drugą —. Podobnie, gdyby iedna ilkość

2

była całkowita, a inne trzecią, czwartą, piątą, lub mnieyszą ieszcze iaką częścią iey, w ten czas pierwsza będzie x , druga zaś,

x x x

albo —, albo — albo — i t. d. 2. Kie-

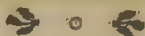
3 4 5

dy będą niewiadome iakie ilkości, z wiadomą przewyżką np. z przewyżką d , w ten czas jeżeli większą nazwiesz x , mnieyszą nazwać możesz $x-d$, i przeciwnie, mnieyszą nazwawszy x , większą nazwiesz $x+d$. Niezawodna bowiem rzecz iest, że z dwóch ilkości nierównych, mnieysza zawsze wyrowna większey, ieśli przewyżkę, albo pierwszey dodasz, albo od drugiej odciągniesz. Niech będą np. liczby 6 i 4, przewyżka ich będzie 2 więc $4=6-2$, i $6=4+2$.

Przykłady na pierwszy Przepis.

ZAGADNIENIE I.

PEwny Oyciec trzem Synom swoim zostawił dziedzictwo wartujące 800. Czerwonych



nych Złotych, z tym warunkiem, aby drugi Syn 100. Czerwonych Złotych więcej wziął za pierwszego, a trzeci tyle sam ieden, ile razem pierwsi obydwaj, pytam, wiele się każdemu z nich ma dostać?

REZOLUCYA.

Ilkości wiadome w tym Zagadnieniu są Czerwonych Złotych 800., i 100., niewiadome zaś każdemu z takiego podziału przypadające summy. Założ więc za 800. Czerwonych Złotych a , za 100. Czerwonych Złotych b , sumnę zaś pierwszemu Synowi, przypadającą nazwy x ; kiedy więc pierwszego summa jest x , drugiego będzie $x + b$, trzeciego $x + x + b$, czyli $2x + b$.

ZAGADNIENIE II.

PEwny Oyciec 30. laty starszy jest od Syna swego, któremu jeżeli do lat iego przydasz połowę ieszcze wieku iego własnego, i

$\frac{1}{4}$
oprocz tego — część wieku Syna iego, będzie miał Oyciec ow lat 80. Pytam, ile ow Oyciec, a ile Syn iego ma lat?

REZOLUCYA

Ilkości wiadome w tym Zagadnieniu są 30., i 80., niewiadome wiek Oyca, i wiek Syna.



na. Za lat więc 30, które są przewyżką wieku Oycowskiego nad wiek Synowski, załóż d, a za 80. załóż a, za wiek zaś Oyca x. Więc podług warunkow Zagadnienia połowa wieku

Oycowskiego będzie $\frac{x}{2}$, wiek Synowski będzie $x - d$, czwarta część wieku Synowskiego będzie $\frac{x - d}{4}$.

ZAGADNIENIE III.

Pasterz spytany, wieleby miał owiec, tak odpowiedział, gdybym miał drugie

tyle, ile mam, a do tego $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{4}$ część

ich, a nadto jeszcze jedną, miałbym ich 100. Pytam wiele wszystkich miał owiec?

REZOLUCYA.

Niech będzie $100 = a$, zapytana owiec liczba $= x$, liczby tej połowa czyli

$\frac{1}{2}$ będzie $= \frac{x}{2}$, a $\frac{1}{4}$ czyli czwarta część

$= \frac{x}{4}$ przez Przestrożę wyżej daną. Tym

spo-



sposobem i w innych Zagadnieniach pierwszy Przepis zachować potrzeba, na to pilnie wglądając, żeby iedną literą wyrażać kilka niewiadomych ilkości, żeby zatym przez ieden pomiar rezolwować się mogło Zagadnienie. Gdy zaś żadną miarą wyrazić ich iedną nie można literą, dana będzie potym obszerniejsza nauka, iak się mają różne litery za różne niewiadome ilkości zakładać.

Przestroga. Zagadnienia te trzy dobrze sobie trzeba w bić w pamięć, gdyż w następujących Przepisach wracać się do nich, i rezolwować ie będziemy.

Przepis drugi. Na rezolwowanie Problematów, to jest: o układaniu pomiarów, czyli ekwacyi.

Trzeba Zagadnienia dane na pomiary, czyli ekwacye obrocić, to jest: poznawszy już Zagadnienia istotę i cel zamierzony, a ilkości (podług pierwszego Przepisu) literami wyraziwszy, patrzyć, które wiadome z ktorými niewiadomemi ilkościami masz porównywać, a z samych warunkow Zagadnienia wyrozumiawszy, które z ktorými mają być porównane, układay ie w osobne pomiary. W takim pomiarow ułożeniu największa zachodzi trudność, ale ią ułatwią rozliczne, które się w przeciągu tej nauki dawać będą, Przykłady. Wroćmy się do zawziętych Problematów.

W pierwszym Zagadnieniu, pierwszego Syna summa z dziedzictwa Oycowskiego nań
spa-

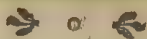
spadająca jest $=x$, drugiego $x+b$, trzeciego $=2x+b$, a podług Zagadnienia warunku, wszystkich trzech Synów dziedzictwo razem wzięte 800. Czerwonych Złotych $=a$, toć oczywista jest, że w tym Zagadnieniu summy szczególne na Synów spadające i jeszcze niewiadome porównywać trzeba z wiadomą ogólną summą zostawionego dziedzictwa, a zatem taki tu wypada pomiar: $x+x+b+2x+b=a$, czyli w pierwszey pomiaru części zredukowawszy przez dodanie podobne terminy będzie: $4x+2b=a$.

W drugim Zagadnieniu, wiek Oyca $=x$, połowa iego wieku $=\frac{x}{2}$, wiek Syna $=x-d$, czwarta część iego $=\frac{x-d}{4}$.

Ponieważ więc podług warunkow Zagadnienia wiek Oyca, i wieku iego połowa wraz z

$\frac{1}{4}$ czyli z czwartą częścią wieku Synowskiego ma uczynić 80. lat, czyli być $=a$, będzie zatem pomiar w tym Zagadnieniu $x+\frac{x}{2}+\frac{x-d}{4}=a$.

W trzecim Zagadnieniu, z samego zagadnienia warunku pokazuje się, że zapytana owiec liczba, którą my nazwaliśmy x ,
dwa



dwa razy się bierze, dodawszy więc do niego

przez znak $+$ —, to jest: teży liczby

połowę i — to jest: czwartą część, do te-

go i, wypadnie następujący pomiar $2x+$

$$x - x + x + x = a.$$

$$2x - x + x = a.$$

A X I O M A T A.

CZyli przez się jasne prawdy, i z nich wnioski dowodnie okazane, które dla ułatwienia i ugruntowania następującego Przepisu przed nim się tu kładą.

Axioma pierwsze. Jeżeli równym ilkościom też same albo równe ilkości dodadzą się, summy będą równe, np. jeżeli $a+b=c+d$, dodawszy obydwom tym ilkościom e , będą równe ich summy; $a+b+e=c+d+e$.

Axioma drugie. Jeżeli od równych ilkości, też sama, albo inne równe ilkości odciągną się, reszty czyli przewyżki ich będą także równe, np. od tych obydwóch dwukrotnych ilkości $a+b=c+d$ odciągnąwszy e , będzie $a+b-e=c+d-e$.

Obydwie te prawdy na owych niezawodnych w Matematyce dwóch Axiomatach gruntuja

➔ ○ ➔

tuią się. 1. Jeżeli do równych sobie rzeczy
dodasz równe, te tak powiększone równe sobie
będą. 2. Jeżeli od równych sobie rzeczy uy-
miesz części równe, reszty z nich pozostałe
będą sobie równe.

Wniosek pierwszy, Każdy pomiaru ter-
min z iedney tegoż pomiaru części przeniesio-
ny do drugiey z znakiem przeciwnym, niepsu-
ie równości tychże części, np. niech będzie
pomiar: $a + b = c - d$. Możesz termin d ,
odmieniwszy iego znak z drugiey części prze-
nieść do pierwszej części, będzie ztym
wszystkim: $a + b + d = c$. Podobnie b z
pierwszey możesz do drugiey przenieść części
z odmienionym znakiem, przecięż będzie:
 $a + d = c - b$.

Okazanie tego Wniosku. Termin albo-
wiem, który chcesz z iedney pomiaru części
przenieść do drugiey, albo jest dodatny, al-
bo odciążny. Jeżeli dodatny, gdy go z ie-
dney pomiaru części do drugiey przenosisz,
na iedno wyidzie, iak gdybyś go od oby-
dwoch części odciągnął, np. gdy z pomiaru
 $a + b = c$ termin dodatny b , odmieniwszy
znak, przenosisz, oczywiſta nayprzod, że go
odciągasz od pierwszej pomiaru tego części,
gdyż go z tamtąd bierzesz; powtore odciągasz
go i od drugiey części, gdyż go tu przyda-
iesz z znakiem—, przydać zaś dodatney il-
kości, ilkość— b , jest to iedno, co odcią-
gnąć od niey ilkość $+b$. Aże nie psuie się
równość części pomiaru, odciągając od oby-
dwoch



dwoch też samę ilkość, (przez Axioma drugie) toć termin z iedney części pomiaru do drugiey przenosząc, nie zepsuie się obydwóch części równość. Co w liczbach iasniey daie się widzieć. Jako bowiem $6+4=10$, tak i przeniośszy z znakiem przeciwnym 4, będzie $6=10-4$. Jeżeli zaś termin z iedney do drugiey części mający się przenieść, iest odciążny, przenieść go z odmiennym znakiem do inney części; iest iedno, co go obydwom dodać częściom, np. iezeli w pomierze $a=c-b$ z drugiey części przenieść masz do pierwszej $-b$, wszakże pierwszy owej części dodasz, odmieniwszy znak $+b$, lecz dodasz i drugiey tym samym, żeś iey ten, który ię umnieysza, odiał termin; a że nie psuie się równość części pomiaru, gdy im się też sama dodaie ilkość (przez Axioma pierwsze) więc nie zepsuie się i w ten czas, gdy ilkość odciążną z iedney do drugiey pomiaru części z znakiem przeciwnym przeniesiesz. Czego doświadczyć i w liczbach możesz. Jeżeli bowiem np. $6=10-4$. toć i $6+4=10$. Całego więc wniosku prawda iasna okazana.

Axioma trzecie. Jeżeli ilkości równe przez też same, albo przez równe ilkości rozmnożone będą, i produkta będą równe; np. iezeli $a=b$, i $2a=2b$.

Axioma czwarte. Jeżeli równe ilkości przez też same lub równe ilkości podzielo-



ne będą, równe będą i wielorazy, np. ieże-

$$\text{li } a = b, \text{ i } \frac{a}{2} = \frac{b}{2}.$$

Dwa te Axiomata na nieodmiennych o-
wych Matematyki prawdach zasadzają się:

*Jeżeli równe rzeczy przez równe albo się
mnożą, albo dzielą, równe być nie prze-
stają.*

Wniosek drugi. Jeżeli ieden, lub wię-
cey terminow, czy to w iedney tylko, czy
w obydwóch pomiaru częściach będzie obro-
conych na frakcye, możesz każdej z osobna
frakcyi Licznika nakształt całkowitey liczby
napisać, a Mianownika zmazać, nie zepsuiesz
bynaymniey równości obydwóch pomiaru czę-
ści, byleś tylko insze wszystkie tychże części
terminy przez zmazanego Mianownika roz-

$$\text{mnożył, np. jeżeli będzie } a + \frac{b}{2} = c,$$

napisawszy b iak ilkość całkowitą, a przez
2 rozmnożywszy a i c, będzie: $2a + b = 2c$.

Toż czyn, kiedy kilka frakcyi trafi się,
maż mianownikow pojedynczo, a wszystkie in-
ne terminy przez tegoż Mianownika zmaza-
nego mnoż, mnożąc zaś frakcyą inszą, sa-
mego tylko Licznika trzeba mnożyć, czego
masz żywy wizerunek w Zagadnieniach niżej
położonych.



Okazanie tego Wniosku: Zmazać albo-
 wiem frakcyi iakiey Mianownika, jest to ie-
 dno, co też frakcyą przez tegoż Mianowni-

$$\frac{\quad}{b}$$

ka rozmnożyć, np. w frakcyi — jest to ie-

$$\frac{\quad}{b}$$

dno zmazać 2 co przez też z całą frakcyą

$$\frac{\quad}{b}$$

— mnożyć. Jeśli albowiem mnożyć ją chcesz,

zazwyczaj tego mnożenia sposobu, który prze-
 pisany jest na liczby łamane (w Arytmetyce
 X. Skaradkiewicza na karcie 83. pod Propoz.
 X.) to jest: podłożysz 2 jako całkowitey
 liczbie iedność, i obydwu terminy dwóch
 tych frakcyi rozmnożysz, będzie zatym:

$$\frac{2}{2} \times \frac{b}{1} = \frac{2b}{2}$$
 czyli redukując frakcyą na

całkowitą ilkość, tymże sposobem, którym

się redukują liczby łamane, będzie $\frac{2b}{2} = b$

Jedno tedy jest zmazać w frakcyi — Miano-

wnika 2, co przez tegoż Mianownika z całą

frakcyą — rozmnożyć. Jeżeli więc zmaza-

wszy Mianownika frakcyi między terminami
 pomiaru iakiego znajdującey się, przez tegoż

mia-

Mianownika rozmnożysz wszystkie inne oby-
dwoch pomiaru części terminy, nic inszego
nie uczynisz, tylko przez tę samą ilość
dwie inne równe rozmnożysz; więc (przez
Axioma trzecie) równości obydwóch pomia-
ru części nie zepsuiesz. Toż samo uiszcza
się i na innych frakcyach, jeżeli są w pomie-
rze. Ze zaś mnożąc przez iedney frakcyi Mia-
nownika inne frakcye, sam się tylko Licznik
w nich mnoży, ztąd pochodzi, iż tego mno-
żącego Mianownika, iako całkowitą liczbę bio-
rąc, obrocić należało na frakcyą, podłoży-
wszy mu 1, ale że 1 nie mnoży, więc nie
podkłada się, i przez toż i Mianowniki innych
frakcyi nie mnożą się; zkąd i to wypływa,
że jeżeli pomiar cały z frakcyi iednego mia-

$$a \text{ --- } b$$

nownika złożony będzie, np. $\text{---} \text{---} \text{---} \text{---}$

2

$$c \text{ + } d$$

$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---}$ zmaawszy pospolitego Mianowni-

2

ka, nic się nie zepsuie, i będzie $a \text{ --- } b \text{ ---} c \text{ + } d$.

Przeſtroga. Okazanie to dobrze trzeba
uczącym się Algebry zrozumieć, gdyż ten
sposob redukowania frakcyi wiedzących, przy
umiejętności liczb łamanych zwyczajnych, nie
będą zatrudniać długie owe, a mało w caley
Algebrze przydatne o frakcyach literalnych
nauki; gdyż do rezolwowania Problematów
dostyć jest wiedzieć dopiero przełożony redu-
kowa-



kowania frakcyi sposob, a do innych literalnych rachunkow, dosyć będzie łamane zwy-
czayne liczby umieć, bez których doskonałego nauczzenia się niech nikt do Algebry nie
przystępuje.

Wniosek trzeci. Jeżeli przez współczynni-
ka iakiego terminu inne wszystkie terminy
obydwoch pomiaru części podzielisz, a iego
samego zmażesz, nie zepsuiesz równości tychże
części. Jeżeli np. będzie $2a + 4 = 10$ będzie
więc przez ten wniosek i $a + 2 = 5$; podob-
nie: jeżeli $3x = 6a - 3b$, będzie także $x = 2a$
 $- b$; albo jeżeli $3x = a - b$, będzie i $x =$
 $a - b$

——. Co się ma rozumieć i o takich współ-

³
czynnikach, które są literami wyrażone, np.
 $cx + bx = a - d$, zmażawszy współczynniki
 $c + b$ w pierwszej części, a drugą przez
 $a - d$
nich podzieliwszy będzie: $x = \frac{\quad}{c + b}$

Okazanie tego Wniosku. Zmażać iakiego
terminu współczynnika, iedno iest, co ter-
min ow przez tegoż współczynnika podzielić.
Jeżeli bowiem np. 2a masz dzielić przez 2,
wieloraz wypadnie $= a$. Gdy więc wszy-
stkie terminy obydwóch pomiaru części przez
iednego terminu współczynnika zmazanego
podzielisz, podzielisz w rzeczy samey równe
ilkości, przez iedną ilkość, a zatym (przez
Axioma czwarte) równości obydwóch pomia-

ru części nie zepsujesz, owszem w ten czas
nawet, gdy kilku terminow współczynników
mażesz, a przez zmażanych ~~mażysz~~ inne
terminy w tymże pomierze, iedno to jest,
iak gdybyś przez rzeczonych Mianowników
wszystkie terminy podzielił, tak w danym
wyżey pomierze $cx + bx = a - d$ zmażawszy
 $c + b$ w pierwszej części, a drugą przez $c + b$
podzieliwszy, będzie równość między czę-
ściami, gdyż cały pomiar ten dzieląc przez
 $a - d$
 $c + b$, będzie $x = \frac{a - d}{c + b}$ i idzie zatym,

że gdy wszystkie terminy w obydwóch po-
miarach częściach, tegoż samego mają współ-
czynnika, wymazawszy go wszędzie, zolta-
wisz pomiarowe części w swej równości.
np. Jeżeli $2a + 2b = 2c - 2d$, toć i $a + b$
 $= c - d$.

Przepis trzeci. Na rezolwowanie Proble-
matow o Redukcyi pomiarow.

Trzeba ułożony pomiar do iednego ter-
minu ilkości niewiadomey obrocić, czyli u-
łożywszy podług drugiego Przepisu pomiar,
to się masz starać, abyś nie psując równo-
ści, obydwóch pomiaru części, poty z iedney
części do drugiej przenosił ilkości, i albo do-
dawał, iесли będą podobne a iednoznaczne,
albo odcigał, iесли będą podobne a różno-
znaczne, poki w iedney pomiaru części iedna
tylko niewiadoma nie zostanie, a w drugiej
poki same tylko nie będą ilkości wiadome bez

niewiadomych przymieszki, gdyż to czyniąc, zredukujesz pomiar do iedney niewiadomey ilkości. Tak np. ułożywszy podług wyższych Przepisow następujący pomiar: $x + b = c$, trzeba w nim tak ilkości z iedney części do drugiey przekładać, żeby w iedney same tylko było x , a w drugiey same tylko wiadome ilkości c i b , a zatym cały pomiar żeby był $= x = c - b$. Tym albowiem sposobem odkryje się cena niewiadomey owey ilkości x , i Zagadnienie będzie ułatwione np. w pomierze dopiero położonym jeżeli będzie $c = 8$, $b = 3$, toć będzie $x = 8 - 3 = 5$. Przepis więc ten trzeci na takie redukcji pomiaru zależy, aby przekładać z iedney części do drugiey terminy, i psując ie, gdzie można, nie gubić równości obydwóch tychże pomiaru części, a zatym Przepis ten, cztery następujące w sobie zawiera Reguły.

Reguła pierwsza. Wygubić trzeba frakcyę, jeżeli się w pomierze znajduią, ale tak, żeby równości części tegoż pomiaru nie zepsować. Co się stanie w ten czas, gdy danej frakcyi Mianownika zmazawszy, rozmnożysz przez niego insze obydwóch pomiaru części terminy (podług Wniosku z Axiomu 3go Rozdz. II.) albo gdy tymże samym sposobem, który w pospolitych liczbach przepisany jest, do iednego Mianownika wszystkie obrocisz terminy, a potym powszechnego tego Mianownika zmażesz. Lecz pierwszego się życzę trzymać sposobu, iako łatwiejszego

krótszego. Tak np. w pomierze $ax = \frac{b}{2} = \frac{2c}{2}$

$b = c$, zgubisz frakcyą, gdy zmażesz Mianownika 2, a przez zmażanego rozmnóżysz b i c , będzie zatem: $ax = 2b = 2c$.

Reguła druga. Uważać trzeba, czy ilkość niewiadoma, ktorey ceny szukasz, w iedney tylko, czy też w obydwóch jest pomiaru częściach. Jeżeli w obydwóch, przenieś ją z iedney części do drugiej, znak odmieniwszy, ani iey już więcej z tey części nieruszay. Lecz w tym przenoszeniu niewiadomey ilkości trzeba wielkiey uwagi, żebyś znać przenosząc tę ilkość, nie uczynił odciążney z dodatney, zaczym niewiadomą ilkość z tey tylko części do drugiej przenosić masz, w ktoreyby mogła stać się dodatną, to jest być z znakiem $+$. Dla tego w następującym pomierze: $3x - x + b = a$, nie można przenosić $3x$; bo gdybyś z lewey strony na prawą przenioś i napisał tak: $b = a + x - 3x$, jużbyś zgubił cenę ilkości x , i Zagadnienia byś nie ułatwił. Dla tey samey przyczyny, w ktoreykolwiek pomiaru części ilkość niewiadoma jest z znakiem odciążnym, przenieść ją trzeba do drugiej, żeby była z znakiem dodatnym np. $a - x = b$, tak trzeba ilkość x przenieść, żeby było $a = b + x$.

Reguła trzecia. Jeżeli w iedney pomiaru części z ilkościami wiadomemi pomieszane są ilkości niewiadome, trzeba wiadome wszy-

stkie, odmieniwszy ich znaki, przenieść na drugą stronę do wiadomych, a niewiadome same zostawić np. Jeżeli będzie $x + b - c = d$, terminy b, c , z odmiennemi znakami przenieść na drugą stronę do wiadomey ilkości d , będzie $x = d - b + c$.

Reguła czwarta. Jeżeli ilkość niewiadoma ma swego współczynnika, zmaż go, i przez niego inne wszystkie terminy obydwóch pomiaru części podziel, tym sposobem gubiąc współczynnika, nie zepsuiesz równości częściowych danego pomiaru np. jeżeli $2x = b + b + c$

c , toć i $x = \frac{b + c}{2}$ Podobnie; jeżeli

$bx + cx = a$ toć i podzieliwszy przez współczynniki literami wyrażonych, będzie $x = \frac{a}{b + c}$

$b + c$

Ogólne te cztery Reguły istotne są trzeciemu Przepisowi, dla tego ie na pamięci mieć koniecznie trzeba, rezolwując Problematą. Uważay iak zażyte będą w rozpoczętych przykładach; których pomiary są ułożone pod Przepisem drugim.

Na pierwsze Zagadnienie wynaleźliśmy następujący pomiar: $4x + 2b = a$. Pomiar ten redukuiąc, przerzeczonych Reguł z pamięci wypuszczać nie można.

Pierwsza i druga Reguła nie ma tu mieysca.

Przez



Przez trzecią przenieś $2b$ do drugiej części,
będzie zatem: $4x = a - 2b$.

Przez czwartą zaś Regułę podziel przez 4 ,
 $a - 2b$

będzie $x = \frac{\quad}{4}$, a zatem zredu-

kowany już jest pomiar.

Na drugie Zagadnienie jest pomiar: $x + \frac{x}{2}$

$$\frac{x - d}{1} = a.$$

Przez pierwszą Regułę gubiąc frakcyą pier-
wszą, będzie: $2x + x + \frac{2x - 2d}{4} = 2a$.

Czyli redukując, będzie $3x + \frac{x - d}{2} = 2a$.

Gubiąc zaś i drugą sposobem danym, będzie:
 $6x + x - d = 4a$.

Czyli będzie $7x - d = 4a$.

Przez trzecią Regułę przekładając $-d$, bę-
dzie: $7x = 4a + d$.

Przez czwartą Regułę dzieląc, będzie $x = \frac{4a + d}{7}$

zredukowany pomiar.

Na trzecie Zagadnienie następujący pomiar

$$\text{wypadł: } 2x + \frac{\quad}{2} + \frac{\quad}{4} + 1 = a.$$

Przez pierwszą Regułę gubiąc frakcye obydwie, będzie: $16x + 4x + 2x + 8 = 8a.$

Czyli dodając: $22x + 8 = 8a.$

Przez trzecią Regułę przekładając 8, będzie: $22x = 8a - 8.$

Przez czwartą Regułę dzieląc wszystko przez $8a - 8$

$$22 \text{ będzie: } x = \frac{\quad}{22}.$$

Redukując na mniejsze terminy przez 2. będzie:

$$x = \frac{4a - 4}{22} \text{ zreduk. pom.}$$

II

Przepis czwarty. O obracaniu liter na liczby w pomierze już zredukowanym.

Trzeba pomiar do iednego już niewiadomego terminu zredukowany na wiadome obrocić liczby, to iest: kiedyś już tak pomiar zredukował, że w pierwszej iego części iedna tylko niewiadoma ilkość, ani rozmnożona przez inną, ani podzielona, a w drugiej same zostały wiadome, iużes tym samym wynalazł niewiadomey ilkości cenę; zostało ci tylko też same litery obrocić na liczby, za któreś ie na początku zakładał. W tym zaś obracaniu pamiętać masz na to, żebyś, gdziekolwiek trafią się litery z sobą złączone, np.

ab,

ab; obracając ie na liczby, rozmnożył też liczby przez siebie, ieżeli więc $a=3$, $b=5$, będzie $ab=15$; Toż samo czynić należy, gdy litery są współczynnikami np. $2b$, ieżeli $b=5$ będzie $=2 \times 5 = 10$ i t. d. Rzecz ta w dokończeniu tyle razy wyżej powtórzonych Problematów iaśniej da się widzieć.

W pierwszym Zagadnieniu ostatni był pomiar do iednego niewiadomego obrocony.

$$a=2b$$

terminu: $x=$ ————, litera a w tym

Zagadnieniu założona była za Czerwonych Złotych 800, b. za 100, kładąc więc za litery a i b, cenę ich 800 i 100, będzie $x=$

$$a=2b \quad 800=200$$

—————; gdyż $2b$ to jest:

$$4 \quad 4 \quad 4 \quad 4$$

$$600$$

$2 \times 100 = 200$ czyli: $x=$ ———— $= 150$, i

$$4$$

to część dziedzictwa na pierwszego spadająca Syna; toć podług warunkow Zagadnienia, drugiego Syna częśćka 100. Czerwonych Złotych większa nad pierwszego, będzie $= 250$; trzeciego zaś, ponieważ tyle sam miał wziąć, ile biorą obydwaj razem, będzie $= 150 + 250 = 400$. Co było do rezolwowania.

W drugim Zagadnieniu ostatni był po-

$$4a+d$$

miar: $x=$ ————; a zaś założone było



za 80, d za 30, będzie zatem: $x = \frac{320 + 30}{7}$

$\frac{350}{7} = 50$. A gdy $x = 50$, toć $x =$

$\frac{7}{d} = 50 - 30 = 20$. Lecz x znaczy lata Oyc-
ca, $x - d$ znaczy lata Syna, toć Oyciec ma
lat 50, Syn 20 C. B. D. R.

W trzecim Zagadnieniu pomiar ostatni
był: $x = \frac{4a - 4}{11}$. Lecz a założyło się

za 100, będzie więc $x = \frac{400 - 4}{11}$

$\frac{396}{11} = 36$. A zatem Zapytana Owiec

liczba będzie $= 36$. C. B. D. R.

Przeſtroga. Te są ogólne Przepisy, kto-
re w rezolwowaniu każdego Zagadnienia miey-
sce mają; ale są inne szczególne różnym
Problematow rodzajom służące, które w na-
stępujących Rozdziałach będą wyłożone. Te-
raz tylko ostrzegam rezolwujących Zagadnie-
nia, aby caſey roboty ſwoiey doſwiadczali,
to ieſt: aby Problemata już rezolwowane do-
brze roztrząsali, czy przez tę rezolucyą za-
dosyć się ſtało wſzystkim Zagadnienia warun-
kom, czy przed rezolucyą za liſtery zaſłożone
liczby wynoszą tę cenę, o którą byleś zapy-

tany : np. w pierwszym Zagadnieniu , wszyscy-
 ftkich trzech Synow miało być dziedzictwo
 wartuiące Czerwonych Złotych 800 , zna-
 leżliśmy zaś przez pomiary część dziedzictwa
 na pierwszego Syna spadającą 150 Czerwo-
 nych Złotych , na drugiego 250 , na trzecie-
 go 400 , czyniąc więc doświadczenie , ponie-
 waż widzę , że $150 + 250 + 400$, wynosi
 sumnę całego dziedzictwa , to jest : 800
 Czerwonych Złotych , toć pierwszemu Za-
 gadnienia warunkowi stało się zadosyć . Inne
 te były warunki , aby drugiego Syna częśćka
 100 Czerwonych Złotych była większa za
 pierwszego częśćkę , a trzeciego żeby wyro-
 wnała obydwom pierwszym dwóch częśćkom ,
 toć gdy $250 = 150 + 100$, i $400 = 150 +$
 250 , wszystkim tym stało się zadosyć warun-
 kom , a zatem żadney w rezolucyi tego Zaga-
 dnienia niemasz wady . Tym sposobem i in-
 nych Problematow rezolucyi doświadczać po-
 trzeba , czy stało się przez nie zadosyć wa-
 runkom , czy nie ; ieżeli się stało , znać , że
 dobrze rezolwowane , ieżeli nie , omyłka ia-
 ka w rezolwowaniu trafić się musiała ; a zatem
 powtorzyć z większą ostrożnością i uwagą ca-
 łą robotę trzeba .



R O D Z I A Ł III.

*O Rozsolwowaniu Problematów w
szczegulności.*

W Y K Ł A D

*Słow, i podział Problematów na różne
gatunki.*

I. **P**roblema czyli Zagadnienie inne iest do solwowania podobne, a inne nie podobne. Podobne iest, ktorego warunki nie są sobie przeciwnie, przeto dosyć im się przez pomiary uczynić może. Takie są Zagadnienia za Przykłady dane w drugim Rozdziale. Niepodobne zaś iest, ktorego warunki iedne drugim się sprzeciwiają, a zatyń Problema takie nie może być rezolwowane; np. gdyby cię kto zagadnął, coby za liczba była, ktoraby być mogła razem i trzecią częścią liczby 6, i czwartą częścią liczby 12? Zagadnienie takie byłoby nie podobne do ufatwienia, gdyż iego warunki tak się prawie sobie sprzeciwiają, iak się sprzeciwia, żeby cała rzecz była swę iedney części rowna.

II. Zagadnienie iest znowu iedno określone (determinatum) a drugie nie określone (indeterminatum.) Pierwsze iest, ktorego w solwowaniu nie trzeba określać, to iest: na-

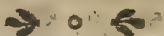
zna-

znaczać nadomyśł ceny ilkości niewiadomey. Jakie są Zagadnienia w poprzedziącym Rozdziale rezolwowane. Drugie zaś jest, w którego solwowaniu trzeba ilkości niewiadomey iakąś nadomyśł naznaczyć cenę, aby i tey i innych także niewiadomych ilkości zapytaną cenę wynaleść. np. Jeżeli cię kto o dwóch liczbach, którychby summa była $\equiv 100$, zagadnie? bez żadnego innego warunku, założysz za pierwszą liczbę niewiadomą x , za drugą y , i będziesz miał pomiar: $x + y \equiv 100$, czyli $x \equiv 100 - y$. J już z takim pomiarem nie możesz nic, więcej czynić, a przecież ieszcześ ceny ilkości niewiadomey x nie odkrył, dla tego, że w drugiey pomiaru części, gdzie ta cena miała być wyrażona, mieści się ilkość niewiadoma y . Jest tedy takie Zagadnienie nie określone, czyli nie determinowane; determinować go więc czyli określić musisz, naznaczając teyże niewiadomey ilkości y , cenę podług swego upodobania. Co uczyniwszy, cenę x łatwo odkryiesz. Jeżeli bowiem za y , założysz np. 20, będzie: $x \equiv 100 - 20 \equiv 80$, a jeżeli $x \equiv 80$, toć $y \equiv 100 - 80 \equiv 20$; liczba więc zagadniona pierwsza jest 80, druga 20. Zkąd się pokazuje, że, aby Zagadnienie było określone, powinno być tyle różnych warukow pomiarami różnemi wyrażonych, ile się niewiadomych ilkości odmiennemi literami wyrażonych w Zagadnieniu zawiera. Jeżeli zaś więcej się liter różnych niewiadome ilkości oznaczających

w Za-

w Zagadnieniu znajduie, aniżeli iest warunkow mogących się różnemi pomiarami wyrazić, Zagadnienie koniecznie być musi nie określone.

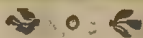
III. Zagadnienie tak określone, iako i nie określone, inne iest proste, a inne składowe. Proste iest, w którego pomiarach niewiadome ilkości wyżej nad pierwszy stopień nie podnoszą się; czyli w którym ilkości są bez wykładnikow wyraźnych, iakie były za przykład dane. Składowe zaś iest, w którego pomiarach ilkości niewiadome, do drugiego, trzeciego, lub wyższego stopnia są wyniesione, to iest: albo są czworogrannne, albo sześciogrannne, albo też wyższe np. Zagadnienie to, z którego taki wypadł pomiar: $x = a - b$, proste iest, albo pierwszostopniowe; składowe zaś, albo drugostopniowe, czyli czworogrannne będzie, ieżeli takim się wyrazi pomiarem: $x^2 = a - b$. Nie iest iednak Zagadnienie składowe, w którym wiadome ilkości są wyniesione do wyższego stopnia. W tym Rozdziale same tylko proste określone Zagadnienia wykładać się będą, i rezolwować, nayprzod te, które przez iedną niewiadomą ilkość rezolwować się mogą, potym te, które w kilka niewiadomych ilkości ułożyć się powinny. O nieokreślonych zaś w następującym Rozdziale, a oskładanych aż w drugiej części.



Z A D A N I E I.

Jak rozwiązać Zagadnienie proste określone, które iednę tylko niewiadomą ilkość w sobie zawiera, a zatym w iedną ekwacyą ułożyć się może.

N Ato nie trzeba innych Przepisow, dosyć jest zachować te, które się w wyższym Rozdziale dały, to jest: nayprzod (przez Przepis pierwszy) założyć za liczby litery, gdzie ktorých trzeba. Powtore (przez Przepis drugi) ułożyć pomiar podług warunkow Zagadnienia. Potrzecie (przez Przepis trzeci) zredukować ułożony pomiar do iednego terminu ilkości niewiadomey. Naostaterek (przez Przepis czwarty) litery na liczby obrocić. Ale iako się wyżej ostrzegło, że jest naywiększa w Algebrze sztuka, umieć dane Problemata na pomiary obracać. Ułożywszy zaś pomiary, łatwo poydzie redukcya; a ta gdy się podług Przepisow uczyni, nie zepsuje równości między wiadomemi i niewiadomemi ilkościami, i niepochybnie ieden ze dwuch przyniesie skutek, to jest: albo wyiawi rzecz niewiadomą, która jest zapytana, albo pokaże, że rzecz zapytana jest zdrożna i nieskładna, a zatym Zagadnienie jest niepodobne. J tak wiadome jest każdemu sławne i od tylu wiekow roztrząsane o czworogranności obwodu czyli kwadraturze cyrkulu Zagadnienie. Ci, którzy utrzymują, iż kwadratura cyrkulu



łu nie jest niepodobna, czyli, iż nie jest rzecz
 przeciwna, płaszczyznę całą w cyrkułe umie-
 szczoną przerobić i przekształtować sposobem
 jakim dotąd ieszcze niedocieczonym, któryby
 był prawdziwie ziemiomierniczym, na płas-
 zczczyznę czworograną, powinni rezolwować
 to Problema podług ściśłości prawideł Mate-
 matycznych. Przeciwnie drudzy niepodobień-
 stwa tego pierwszym zarzucać nie mogą, aż
 iasnie przeciwieństwo między warunkami
 wzmiankowanego Zagadnienia upatrzą, i wido-
 cznie okażą. Mnie się zdaie, że gdyby się
 znalazł taki dowcip (o jakim wzdy w następie
 po oświeconych coraz oświeceńszych ludzi ro-
 spaczać niegodzi się) któryby warunki tego
 Problema potrafił ułożyć w ekwacyą, doka-
 załby, czego wieki nie mogły (obacz
 Zagadnienie osme niżej.) Ztąd to albo-
 wiem naybardziej wypływa rezolwowania
 Problemow nieprzewyciężona prawie tru-
 dność, że pewnych, a ogulnych do układania
 pomiarow ieszcze nie mamy reguł. Zależy
 to iedynie od dowcipu, który się waży tey
 roboty. Przeto z temi nawet Zagadnieniami,
 które powszechnie za podobne i na po-
 miary obrotne są uznane, inaczey rozum po-
 stępować nie każe, tylko sposobiąc do rezol-
 wowania onych zaczynającą Młodzież, tę ie-
 y, która w układzie ekwacyi zachodzi trudność,
 nie tak długiemu przepisami (gdyż i naydłuż-
 szych doświadczenie samo pokazuje nieskute-
 czność) iako raezey licznemi przykłady, ile
 być

być może, usnadniać. Jte to były dla mnie filne powody, dla których w znaczney liczbie zebrałem niektóre nawet sobie podobne czyli do iednego przypadku należące, i iednakó re-
zolwujące się następujące:

P R Z Y K Ł A D Y.

ZAGADNIENIE I.

PEwny zapytany, wieleby miał służących? taką dał odpowiedź: połowa mych służących w polu robi, trzecia część ryby łowi, a trzech na polowanie wysłałem. Pytam, wielu wszystkich miał służących?

R E Z O L U C Y A.

Podług pierwszego Przepisu, $3 = a$, liczba niewiadoma wszystkich sług $= x$; toć połowa ich $= \frac{x}{2}$, a część trzecia $= \frac{x}{3}$.

Podług drugiego Przepisu: Ponieważ zupełną wszystkich służących liczbę według warunków czyni tychże służących połowa, trzecia część, i nadto 3. Więc taki wypada pomiar: $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 3$.

Podług trzeciego Przepisu, gubiąc (przez Reg.



Reg. 1) pierwszą frakcyą będzie: $2x = x$

$$+ \frac{2x}{2x} + 2a.$$

Gubiąc zaś i drugą frakcyą będzie:

$$6x = 3x + 2x + 6a.$$

$$\text{Dodając} \quad - \quad - \quad - \quad 6x = 5x + 6a.$$

$$\text{Przekładając} \quad - \quad - \quad 6x - 5x = 6a.$$

$$\text{Nareszcie odciągając:} \quad x = 6a$$

Podług czwartego Przepisu, a założone za 3, więc $6a = 3 \times 6 = 18$; a zatem ilkość niewiadoma $x = 18$, i ta jest liczba ogólna ślug, o którąś zapytany.

Doświadczenie. Ponieważ $x = 18$, więc

$$\text{iego połowa czyli } \frac{x}{2} = 9, \text{ a trzecia część,}$$

$$\text{czyli } \frac{x}{3} = 6, \text{ a zatem wynalezione te ce-}$$

ny wyraziwszy liczbami, być powinno: $18 = 9 + 6 + 3$. Co że tak jest, Zagadnienie ułatwione.

ZAGADNIENIE II.

GDy w pewnym Alexandra W. z innemi posiedzeniu wpadła mowa o latach wieku każdego z współsiedzących; iam, rzecz Alexandera, dwoma laty starszy od Hefestyna mego; a ia, powie Klitus, i twoie Alexandrze, i He-

i Hefestyna razem wzięte już przeczyłem la-
ta, a nadto jeszcze 4. Toż Kallistenes: Po-
cieszne, prawi, dla mnie to lat wieku wasze-
go jest wspomnianie, gdyż mi na pamięć
zmarłego Ojca mego przywodzi, który prze-
żywszy lat 96, dopełnił liczby lat troistego
waszego wieku. Pytam iaki ow troisty był
wiek?

R E Z O L U C Y A.

Niech wiek Hefestyna będzie x , toć
Alexandra będzie $x+2$, Klita zaś $2x+6$,
a zatym podług warunkow Zagadnienia wszy-
stkich trzech razem te wieki uczynią nastę-
pujący pomiar: $x+x+2+2x+6=96$.

Czyli dodając: $4x+8=96$

Przenosząc będzie: $4x=96-8$.

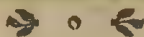
Odcigając: $4x=88$

Dzieląc przez 4, będzie $x=22$

4

Nakoniec obracając samą na całkowitą
liczbę, będzie: $x=22$.

Doświadczenie. $x=22$, jest to wiek
Hefestyna, toć wiek Alexandra 24, Klita
50. Te zaś $22+24+50=96$; więc
wszystkim warunkom stało się zadosyć.



ZAGADNIENIE III.

W Pewney Fortecy jest załoga złożona z Gemeynow 600, z Officyerow niższej Rangi 50, wyższej 20, między których tak dzielić potrzeba Kwartalny Zołd: np. Czerwonych Złotych 2610, żeby każdemu niższej Rangi Officyerowi we troje się tyle dostało, ile Gemeynowi; a każdemu wyższej Rangi Officyerowi we dwoie tyle, ile Officyerowi niższej Rangi; proszę zgadnąć, ile każdy Gemeyn, a ile Officyer niższej i wyższej Rangi ma wziąć, żeby z rzeczoney Summy nic nie zostało?

R E Z O L U C Y A.

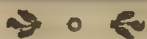
Niech weźmie Gemeyn każdy x , toć Gemeynow 600. wezmą $600x$; Officyer zaś niższej Rangi weźmie $3x$, toć 50 Officyerow wezmą $150x$; na koniec Officyer wyższej Rangi, tyle dwoie co niższej, toć weźmie $6x$, a jeżeli ieden bierze $6x$, toć Officyerow 20 wyższej Rangi, wezmą $120x$.

Teraz ponieważ cała Summa między nich podzielona jest $= 2610$; wypadnie taki pomiar: $600x + 150x + 120x = 2610$.

Czyli dodawszy, będzie: $870x = 2610$.

Albo przez 870 podzleliwszy, będzie $x = 3$; Gemeyna wziętek. Doświadcz, a u znasz, że Zagadnienie jest dobrze solwone.

ZA-



ZAGADNIENIE IV.

SEmproniusz spytany o liczbę Uczniów, odpowiedział: gdyby każdy z moich Uczniów dał mi po Czerwonych Złotych 5, do zakupu Domu niedostawałoby Czerwonych Złotych 30, lecz gdyby dał każdy po Czerwonych Złotych 6, zbywałoby mi od kupna Czerwonych Złotych 40. Proszę zgadnąć i liczbę Uczniów, i cenę Domu?

R E Z O L U C Y A.

Założ za liczbę Uczniów x ; więc podług pierwszego warunku: $5x + 30$, a podług drugiego: $6x - 40$, będzie summa równa cenie Domu. Ponieważ zaś dwie rzeczy iedneyże trzeciej równe, są także między sobą równe, toć i te summy są sobie równe, a zatem będzie pomiar: $5x + 30 = 6x - 40$.

Przenosząc $30 + 40 = 6x - 5x$.

Odcinając $30 + 40 = x$

Dodając $30 + 40 = x = 70$.

Lecz x założone za Uczniów, więc liczba Uczniów jest 70, z ktorej mnożąc 70 przez 5, i dodając 30, wychodzi cena Domu Czerwonych Złotych 380. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE V.

KAwaler z wizytą do Dam przyszedłszy, widząc znaczne współsiedzących grono: kłaniał się, F 2 niam,



niam, rzecz, Damom, których 100 na tym miejscu mam honor powitać. Przepraszam, jedna z nich odpowie, niedorachuiesz się WMćPan, tak wielkicy w tym posiedzeniu naszym Dam liczby. Gdyby nas drugie tyle było, ile jest, i połowa, i część jeszcze czwarta, dopieroby z WMćPanem było nas 100. Pytam ile Dam owych było?

R E Z O L U C Y A.

Za liczbę niewiadomą Dam załóż x : z warunkow Zagadnienia ten wypadnie po-

$$\text{miar: } x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100.$$

$$\text{Gubiąc pierwszą frakcyą, będzie: } 2x + 2x + x + 2 = 200.$$

$$\text{Gubiąc drugą, będzie: } 8x + 8x + 4x + 2x + 8 = 800.$$

$$\text{Dodając i przenosząc, będzie: } 22x = 800 - 8 = 792.$$

$$\text{Dzieląc, będzie: } x = \frac{792}{22} = 36.$$

Było zatem Dam 36, których drugie tyle 36, połowa 18, czwarta część 9, i ow Kawaler 1, czyni 100. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VI.

Kilku Żołnierzy pewną Czerwonych Złotych summą nieprzyjacielowi wydartą dzieląc się, chcą wziąć po Czerwonych Złotych 7, lecz pomiarkowali, że do takiego działu, z którego po Czerwonych Złotych 7 przypadło każdemu, 5 jeszcze Czerwonych Złotych brakuie, biorąc więc po 6, równy owej między siebie summy podział uczynili. Pytam co za summa, i wielu nią dzielących się było Żołnierzy?

R E Z O L U C Y A.

Liczba Żołnierzy niewiadoma x , będzie pomiar z warunkow Zagadnienia wypadający:
 $7x - 5 = 6x$.

Przenosząc termin $- 5$, będzie: $7x = 6x + 5$.

Przenosząc z drugiej części termin $6x$, będzie: $7x - 6x = 5$.

Odcigając, będzie: $x = 5$.

Liczba tedy Żołnierzy 5, summa Czerwonych Złotych: $5 \times 6 = 30$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VII.

Między trzech Żołnierzy rzucił Generał monety 240 Złotych, które oni między siebie bez należytego działu rozerwawszy, jednegoż targują konia. Lecz pierwszemu 4
 Zło-



Złotych, drugiemu 8, trzeciemu 12 brakuje, żeby za zdobyte tym sposobem pieniądze mógł zatargowanego kupić konia. Pytam, iaka cena konia, i iakie każdego z osobna Żołnierza pieniądze?

R E Z O L U C Y A.

Cena konia $= x$. Pieniądze pierwszego $x - 4$, drugiego $x - 8$, trzeciego $x - 12$, a że wszystkie równe Złotych 240, taki więc wypada pomiar $x - 4 + x - 8 + x - 12 = 240$.

Dodając, będzie: $3x - 24 = 240$.

Przenosząc, będzie: $3x = 240 + 24 = 264$.

Dzieląc, będzie: $x = \frac{264}{3} = 88$.

Cena więc konia 88. Pieniądze pierwszego $x - 4$, to jest: $88 - 4 = 84$. Pieniądze drugiego $x - 8$, to jest: $88 - 8 = 80$. Pieniądze trzeciego $x - 12$, to jest: $88 - 12 = 76$. Wszystkich zaś razem pieniądze $84 + 80 + 76 = 240$. C. B. D. R.

Z A G A D N I E N I E VIII.

Officyerowie Polscy z Warszawy do Gdańska chcąc płynąć, najmują statek, i taką z Szyprem czynią ugodę: iż od osoby gotowi mu dać po Złotych 6, ale z tym warunkiem, aby, ieśliby do tegoż statku, chciał

in-

innych ieszcze za podobną przybrać płacę, połowę tey płacy sobie wziął, a drugą połowę, między nich, to iest tych najmujących Officyerow podzielił, czyli, żeby odtrącił od ich płacy. Trafiło się, iż ow Szyper tyle do statku innych przybrał ludzi, że na każdego Officyera nie przypadło tylko 5 Złotych od swoiey Osoby zapłacić, gdyż była owych przybyszowych liczba czwartą częścią liczby Officyerow, i nadto ieszcze 3. Pytam, ile wszystkich Osob tym statkiem do Gdańska płynących było, ile nayprzod Officyerow, a potym innych?

R E Z O L U C Y A I.

Zebyś łatwo mógł znaleźć czwartą część dla przybyszowych, załóż za liczbę Officyerow $4x$, więc czwartą częścią tey liczby, dodawszy podług warunku 3, będzie: $x+3$. Już, ieżeli ieden Officyer daie 6 Złotych, będzie $4x \times 6 = 24x$. Podobnie, ieżeli ieden przybysz daie 6 Złotych, toć $x+3 \times 6 = 6x+18$, ktorey summy połowa $3x+9$. Odciągnąwszy więc $3x+9$, to iest połowę płacy od przybyszow danej od $24x$, to iest: od pieniędzy należących Szyprowi od Officyerow, zostanie reszta $21x-9$. Ponieważ zaś tym sposobem każdy Officyer nie ma tylko 5 Złotych od Osoby swoiey zapłacić, więc mnożąc $4x$ przez 5, będzie $= 20x$, zrobi się tedy



tedy następujący pomiar: $21x - 9 = 20x$.

Przekładając: $21x - 20x = 9$.

Odcinając: $x = 9$.

Więc $4x$ założone za liczbę Officyerow $= 4 \times 9 = 36$, których czwarta część, to jest 9, dodawszy 3, czyli 12, będzie liczbą przybyszowych do statku ludzi. C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Można za liczbę Officyerow założyć x ,

będzie czwarta część $\frac{x}{4}$ — dodawszy zaś 3,

będzie $\frac{x}{4} + 3$. Officyerowie więc zapła-

cić mają $6x$, a przybyszowie: $\frac{6x}{4} + 18$.

Lecz tego połowę to jest: $\frac{6x}{8} + 9$ odcinają-

wszy od $6x$, nie zapłacą Officyerowie tylko $\frac{42x}{8}$ —

$\frac{42x}{8} - 9$. Więc $\frac{42x}{8} - 9 = 5$, czyli $42x$

$- 72 = 40x$, czyli: $42x - 40x = 72$, czy-
li



72

li nakoniec : $x = \frac{72}{2} = 36$. Wszakże gdy-

2

by Officyerow 36 dali po Złotych 6, byłoby
 Złotych 216, lecz że 12 przybyszowych pła-
 cąc po 6 daią Złotych 72, a tych połowa,
 to iest: 36 wytrąca się z płacy Officyerow,
 więc ci nie płacą tylko 180, a zatem każdy

180

z nich tylko $\frac{180}{36} = 5$. C. B. D. R.

36

ZAGADNIENIE IX.

SZyprowi swemu zlecił Pan, aby za Czer-
 wonych Złotych 72 kupił wina, cukru
 y kawy, we dwoie więcej z owych pieniędzy
 wydaiąc za cukier, a we troie za kawę niż
 za wino. Pytam wiele przypadnie na każde
 to kupno?

R E Z O Ł U C Y A.

Wino $= x$ cukier więc $= 2x$ kawa
 zaś $= 3x$ a zatem pomiar będzie:

$$6x = 72.$$

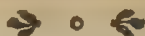
72

$$\text{Czyli: } x = \frac{72}{6}$$

6

$$\text{Czyli: } x = 12.$$

Da



Da tedy za wino 12, za cukier 24,
za kawę 36. Co czyni Czerwonych Złotych
72. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE X.

Trzech Kmiotkow. A. B. C. z iednegoż
Łanu płacą Panu czynszu 134. Złotych.
Ale że B. we troie więcej trzyma tego pola,
niż A, C zaś tyle sam ieden, ile A i B
obydwa, pytają więc, wiele na każdego z nich
przypada zapłacić, żeby wszyscy trzy złoży-
li Czyszu 134 Zł.

R E Z O L U C Y A.

$A = x$, ioc $B = 3x$ C zaś $= x + 3x$,
a zatem: $8x = 134$. Czyli: $x = \frac{134}{8}$

$16 + \frac{6}{8}$ Czyli: $\frac{3}{4}$ Tyle więc A zapłaci. B

zaś $50 + \frac{1}{4}$, C $16 + \frac{3}{4} + 50 + \frac{1}{4}$

Co wszystko uczyni 134.

Wszakże $50 + \frac{1}{4}$ we troie więcej jest

niż $16+ -$, a $16+ - + 50+ -$
 $\quad\quad\quad 4 \quad\quad\quad 4 \quad\quad\quad 4$
 $\quad\quad\quad = 77$ jest summą dwom pierwszym równą.
 C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XI.

Wysłany Kuryer z Warszawy do Rzymu przed 4 dniami, który za dzień nie ubieży tylko 6 mil, wysłany po nim drugi, który ma ubiedz codziennie 8 mil. Pytam wiele trzeba dni, żeby pierwszego drugi dognał?

R E Z O L U C Y A.

Założ za 6 a, za 8 b, za 4 c, za dni niewiadome x. Ponieważ drugi Kuryer ubiega za dzień 6 mil, więc za dni niewiadome ubieży ax. Pierwszy zaś który wyszedł przed dniami c, uchodząc co dzień mil a, już uszedł ac, i jeszcze uydzie ax. A że drugi pierwszego dognać nie może, tylko równą mil liczbę ubiegłszy, więc będzie pomiar: - - - - - $bx = ac + ax$

Przekładając, będzie: - $bx - ax = ac$

Dzieląc przez $b - a$, będzie: $x = \frac{ac}{b - a}$



Obroć teraz litery na liczby , za ktoś

$$6 \times 4 = 24$$

ie założył , będzie : $x = \text{---} = \text{---} = \text{---} = 12$.

$$8 \times 6 = 48$$

Więc za dni 12 drugi pierwszego dogoni Kuryera. Gdyż pierwszy ubiegając codziennie mil 6 , ubiegł za dni 4 mil 24 , a za dni 12 ubieży mil 72 , wszystkich więc ubieży mil 96. A że i drugi ubiegając po 8 mil na dzień , za dni 12 ubieży 96 , więc dobrze rozwiązane Zagadnienie. Prędkiej jeszcze rozwiąż się bez zakładania liter za wiadome ilkości , wypadnie bowiem taki pomiar :

$$8 \times x = 6 \times 4 + 6 \times x$$

$$\text{Czyli : } 8x = 24 + 6x.$$

$$\text{To jest : } x = 12. \text{ C. B. D. R.}$$

ZAGADNIENIE XII.

Pielgrzym do Rzymu idący uchodzi na dzień mil 6 , drugi po nim w 5 dni wyszedłszy , chce go dognać za dni 10 , pyta się , wiele mil na dzień uść powinien , żeby się dziesiątego zszedł z pierwszym ?

R E Z O L U C Y A.

$6 = a$, $5 = b$, $10 = c$ niewiadome mile $= x$. Gdy pierwszy przez 5 dni po 6 mil , i przez 10 dni także po 6 ujdzie , zrownaią się jego mile z milami drugiego przez 10 dni ubiezonemi , zatem będzie pomiar :

miar : $ab + ac = cx$

$ab + ac$

Przenosząc i dzieląc przez $c : x = \frac{ab + ac}{c}$

c

$6 \times 5 + 6 \times 10$

Obracając litery na liczby $x = \frac{6 \times 5 + 6 \times 10}{10}$

10

90

Czyli : $x = \frac{90}{10} = 9$

10

Albo bez zakładania liter za wiadome
liczby : $6 \times 5 + 6 \times 10 = 10x.$

Czyli : $30 + 60 = 10x.$

Czyli : $90 = 10x.$

90

To jest : $x = \frac{90}{10} = 9.$

10

$\frac{90}{10} = 9$

Albowiem iak pierwszy Pielgrzym za dni
15 ubieży 90, co dzień uchodząc po mil 6,
tak i drugi za dni 10, uść powinien mil
90, uchodząc co dzień mil 9, a zatym po
10 dniach muszą się zeyść z sobą. C. B.
D. R.

ZAGADNIENIE XIII.

K Rakow od Warszawy odległy na mil 40.
Piotr z Krakowa do Warszawy, a Paweł
z Warszawy do Krakowa iednegoż dnia wy-
szli, ale pierwszy na dzień uchodzi mil 6,
a drugi tylko 4. Pytam za wiele dni oba się
zeydą?

R E-



R E Z O L U C Y A.

Mile, ktore Piotr uydzie będą $= 6 \times x$
czyli $6x$, mile zaś, ktore uydzie Paweł, bę-
bą $= 4 \times x$ czyli $4x$, a że i te i tamte razem
wzięte wyrownąć powinny milom 40, więc
będzie pomiar: - - - $6x + 4x = 40$.

$$\text{Czyli:} \quad - \quad - \quad 10x = 40.$$

$$\text{Czyli:} \quad - \quad x = \frac{40}{10}.$$

$$\text{To iest:} \quad - \quad x = 4.$$

Za 4 dni więc zeydą się. Przez dni al-
bowiem 4 Piotr uydzie mil 24. Paweł zaś
16, co czyni mil 40. Toż wyidzie i litery
np. b za 6, c za 4, a za 40 założywszy,
gdyż będzie pomiar: - $bx + cx = a$

Czyli przez $b + c$ dzieląc, będzie $x =$

a

 $b + c$

40

$$\text{Czyli: } x = \frac{40}{6 + 4} = 4. \quad \text{C. B. D. R.}$$

Z A G A D N I E N I E XIV.

KAwaler za powrotem z cudzych Kra-
iow spytany, wieleby mil caſey uie-
chał drogi; iazda moja, rzeczce, lądem iest
trzecią częścią caſey drogi, iazda zaś morzem
iest piątą częścią teyże drogi, a to wszystko
nie

nieuczyni więcej iak mil 200. Pytam ile mil wiechał lądem, a ile morzem?

R E Z O L U C Y A.

Mile niewiadome $=x$, wiadome 200

$=a$, część trzecia $\frac{x}{3}$ część piąta $\frac{x}{5}$, po-

miar będzie: $x - \frac{x}{3} - \frac{x}{5} = a$

Gubiąc frakcyą pierwszą: $x + \frac{3x}{5} = 3a$

Gubiąc drugą: $5x + 3x = 15a$

Dodając: $8x = 15a$

Dzieląc: $x = \frac{15a}{8}$

Czyli: $x = \frac{3000}{8}$

Czyli: $x = 375$

A kiedy $x = 375$ toć $\frac{x}{3} = 125$, a za-

tym $\frac{x}{5} = 75$. Co razem czyni mil 200.

Lądem więc mil 125, a morzem 75 odbył.
C. B. D. R

ZA-



ZAGADNIENIE XV.

Dłużnik pewny Kapitalną summę u siebie trzymając przez 5 lat, oddać nareszcie Kredytorowi, wraz z Prowizyą po 5 od sta, sumnę Złotych 20,000. Pytam: iaka była Kapitalna summa, a iaka pięcioletnia Pro-wizya?

REZOLUCYA.

Niech będzie summa Kapitałna x , bę-
 $\frac{5x}{100}$
 dzie więc Prowizya roczna po 5 od 100 ———
 $\frac{100}{100}$

(bo jeżeli 100 dać roczney Prowizyi 5,
ileż da x? da $x \times 5 = 5x$ podzielone przez
 $100 = \frac{5x}{100}$ czyli obrociwszy frakcyą na

mniejsze terminy przez 5, da——) toć
20

Prowizya pięcioletnia będzie $= \frac{5x}{20}$, czyli

przez 5 obrotów tej frakcy na terminy

mniejsze = $\frac{1}{4}$. Ze zaś Kapitał z pięcio-

letnią Prowizyą wynosi Złotych 20,000, więc
wy-



wypadnie pomiar: $x + \frac{x}{4} = 20,000.$

Gubiąc frakcyę $4x + x = 80,000.$

Dodając: $5x = 80,000.$

Dzieląc: $x = \frac{80,000}{5} = 16,000.$

Więc summa Kapitałna $= 16,000$, toć

pięcioletnia Prowizya $= \frac{x}{4} = \frac{16,000}{4}$

$= 4,000.$ Wszakże $16,000 + 4,000 = 20,000.$ C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XVI.

GRacz pewny przegrawszy w iednym mieyscu połowę swych pieniędzy, a w drugim

$\frac{3}{8}$ części, za powrotem swym do domu,

nie znalazł pozostałych w worku tylko 15 Czerw. Złotych. Pytam, ile wszystkich miał pieniędzy, a ile na każdym zosobna mieyscu przegranych?

R E Z O L U C Y A I.

Założywszy za niewiadome pieniądze x ,
wypadnie z warunkow Zagadnienia pomiar :

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad 3x \\ \hline x - \frac{\quad}{2} - \frac{\quad}{8} = 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 6x \\ \hline \text{Gubiąc frakcyą : } 2x - x - \frac{\quad}{8} = 30 \end{array}$$

$$\text{Drugą : } 16x - 8x - 6x = 240$$

$$\text{Dodając i odciągając : } 2x = 240$$

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 240 \\ \hline \text{Nakoniec dzieląc : } x = \frac{\quad}{2} = 120 \end{array}$$

Miał więc ogólnie Czerw. Złotych 120

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad x \quad \quad 120 \\ \hline \text{Przegrał na pierwszym mieyscu } \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 2 \quad \quad 2 \\ \quad \quad \quad 3x \quad \quad 360 \\ \hline = 60, \text{ na drugim } \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{8} = 4 \end{array}$$

R E Z O L U C Y A II.

Można i tak pomiar ułożyć :

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad 3x \\ \hline \frac{\quad}{2} + \frac{\quad}{8} + a = x \\ \quad \quad \quad 6x \end{array}$$

$$\text{Czyli : } x + \frac{\quad}{8} + 2a = 2x$$

Czy



$$\text{Czyli: } 8x + 6x + 16a = 16x$$

$$\text{Czyli: } 14x + 16a = 16x$$

$$\text{Czyli: } 16a = 16x - 14x$$

$$16a$$

$$\text{Czyli: } 2x = 16a = x = \frac{\quad}{2}$$

$$2$$

$$\text{Lecz a założone za } 15, \text{ więc } 15 \times 16 =$$

$$240$$

$$\frac{\quad}{2} = 120. \quad \text{C. B. D. R.}$$

$$2$$

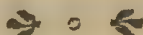
ZAGADNIENIE XVII.

KAwaler do gry zasiadając, spytany, ileby miał pieniędzy? troje tyle, rzecz, ile mam przy sobie, zostawiłem w domu, tyle czworo mam u przyjaciół, a tyle sześcioro u dłużników; cała zaś summa tych pieniędzy nie wynosi tylko 390 Czerwonych Złotych. Pytam, ile pieniędzy do gry przyniósł, a ile miał w domu, u przyjaciół, i u dłużników?

REZOLUCYA.

Pieniądze do gry przyniesione niewiadome $= x$, więc w domu zostawione $= 3x$, u przyjaciół $= 4x$, u dłużników $= 6x$. Ze zaś pieniądze te w domu, u przyjaciół i u dłużników zostawione $= 390$ Czerwonym Złotym, więc: $3x + 4x + 6x = 390$

$$\text{Czyli: } 13x = 390$$



390

Czyli: $x = \frac{\quad}{\quad} = 30$

13

Miał tedy przy sobie Czerwonych Złotych 30. Wszakże: $3x = 3 \times 30 = 90$; $4x = 4 \times 30 = 120$; $6x = 6 \times 30 = 180$. Aże $90 + 120 + 180 = 390$. Więc stało się dosyć warunkom. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XVIII.

Mędzy innemi Ptolomeusza gadkami, ciekawa ita jest o posąg Pallady. Tak ow wyprowadza posąg ten mówiący: jestem dziełem Złotych upominkow Młodzieży winny mi hołd oddającej. Połowę Złota dał Charyzjus, osmą część Tespis, dziesiątą Solon, dwudziestą Temisson, resztę zaś z płacą dla Rzemieślnika, to jest: 9 Talentow dał Arystodius. Wiele tedy posąg ow ważył Talentow, i wiele tychże Talentow od każdego danych?

REZOLUCYA.

Niewiadome Talenta Złota w owym posagu $= x$, więc podług warunkow Zagadnienia ułoży się pomiar:

$$x = \frac{x}{2} + \frac{x}{8} + \frac{x}{10} + \frac{x}{20} + 9.$$



Gubiąc frakcye:

$$\text{I. } 2x = x + \frac{2x}{8} + \frac{2x}{10} + \frac{2x}{20} + 18$$

$$\text{II. } 16x = 8x + 2x + \frac{16x}{10} + \frac{16x}{20} + 144.$$

$$\text{III. } 160x = 80x + 20x + 16x + \frac{160x}{20} + 1440.$$

$$\text{IV. } 3200x = 1600x + 400x + 320x + 160x + 28800.$$

$$\text{Dodając: } 3200x = 2480x + 28800$$

$$\text{Przenosząc: } 3200x - 2480x = 28800$$

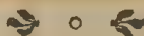
$$\text{Odciągając: } 720x = 28800$$

$$\text{Dzieląc: } x = \frac{28800}{720} = 40$$

Więc 40 Talentow Złota w owym posągu było, z których Charyzius ofiarował 20, Tespis 5, Solon 4, Temisłon 2, Arystodius 9. Co wszystko = 40. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XIX.

WOysko Cesarskie tak może być rozłożone: daymy że połowa tego Woyska ma sta-
nowisko w Węgrzech, osma część w Krole-
stwie Czeskim, dwunasta w Halickim, dwu-
dziesiąta w Niderlandzie, trzydziesta w Xiełtwach
Wło-



Włoskich, a 48,000 w Austrii i w samey Cesarstwu Stolicy Wiedniu. Pytam, wiele wszystkiego iest Woyska Cesarzkiego, i wiele w kazdey z wyliczonych Prowincyi?

REZOLUCYA

Tego Zagadnienia i innych na podobieństwo tego ułożyć się mogących takż iest, iaka poprzedzającego.

$$\begin{array}{ccccccccc} & x & & x & & x & & x & & x \\ \text{Pomiar:} & \frac{\text{---}}{2} & + & \frac{\text{---}}{8} & + & \frac{\text{---}}{12} & + & \frac{\text{---}}{20} & + & \frac{\text{---}}{30} \end{array}$$

$$+ a = x.$$

Gubiąc frakcye pojedynczo.

$$\begin{array}{ccccccc} & 2x & & 2x & & 2x & & 2x \\ \text{I. } x + & \frac{\text{---}}{8} & + & \frac{\text{---}}{12} & + & \frac{\text{---}}{20} & + & \frac{\text{---}}{30} \\ & 2a = 2x. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 16x & & 16x & & \\ \text{II. } 8x + & 2x + & \frac{\text{---}}{12} & + & \frac{\text{---}}{20} & + & \frac{\text{---}}{30} \\ & 16x & & & & & \\ & \frac{\text{---}}{30} & + & 16a = 16x. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & 192x & & \\ \text{III. } 96x + & 24x + & 16x + & \frac{\text{---}}{20} & + & \frac{\text{---}}{30} \\ & 192x & & & & & \\ & \frac{\text{---}}{30} & + & 192a = 192x. \end{array}$$

IV.

$$\text{IV. } 1920x + 480x + 320x + 192x + 3840x$$

$$\text{---} + 3840a = 3840x.$$

30

$$\text{V. } 57600x + 14400x + 9600x + 5760x + 3840x + 115200a = 115200x.$$

$$\text{Dodając będzie: } 91200x + 115200a = 115200x.$$

$$\text{Przenosząc i odciągając: } 115,200a = 24000x$$

$$115,200a$$

$$\text{Dzieląc: } x = \frac{115,200a}{240,000x}$$

Lecz a, założone za 48,000, więc współczynnika iego, to jest: 115,200 rozmnożywszy przez 48,000, a produkt = 5,529,600,000 podzieliwszy przez 24,000, wypadnie cena $x = 230,400$, to jest: liczba całego Woyska Cesarzkiego. Doświadcz; to jest: tę Woyska liczbę dziel na części, będzie nayprzod:

$$230,400 \quad 230,400$$

$$\text{---} = 115,200; \text{ powtore: } \text{---}$$

$$2 \quad 8$$

$$230,400$$

$$= 28,800; \text{ potrzebie: } \text{---} = 19200;$$

12

$$230,400$$

$$\text{poczwarcie: } \text{---} = 11520; \text{ popiąte:}$$

20

$$230,400$$

$$\text{---} = 7680. \text{ Aże } 115,200 + 28,800$$

30

+



+19,200+11520+7680, nadto ieszczę:
48000=230,400. Więc stało się zadosyć
warunkom.

ZAGADNIENIE XX.

SZyper z Gdańska powrociwszy, spytany wie-
le z pieniędzy za zboże wziętych na spra-
wunki w Gdańsku wydał, a wiele w reszcie
przywiozł? odpowiedział: że połowę pieniędzy
wydał w Gdańsku za wino i korzenie, osmą
część za sukno, dwunastą za materye, dwudzie-
stą na sprawunki przyacioł, trzydziestą na cła
i podróż, a pozostałych nie ma więcej iak
5,000 Złotych. Pytam, iak wiele wszy-
stkich za Zboże w Gdańsku wziętych, i iak
wiele za Towar w szczególności tamże wyda-
nych pieniędzy?

R E Z O Ł U C Y A.

Oczywiła rzecz, że tego Problema re-
zolucya też sama jest, co i poprzedzającego,
nie więcej nie odmieniając w cenie x , tylko wa-
lor ilkości a , który w tym przypadku =
5000, rozmnożywszy więc 5000 przez
115,200a 576,000,000
115200, będzie: —————,

24,000

24,000

a podzieliwszy przez 24,000, wypadnie summa
pieniędzy za zboże wziętych = 24,000. Na
ten więc model można tyfiączne ułożyć i re-
zol-

zobowiązać Zagadnienia np. Zagadniony kto 1. Wieleby miał rocznego dochodu albo wydatku? 2. Wieleby z stodoł swoich kop, albo ze spichlerzow korcy wydawał zboża? 3. Wieleby za sprzedaż brał, albo słożył na kupno bydła lub innego towaru? i t. d. Mogłby takie dawać odpowiedzi: 1. Ze połowę rocznego dochodu ma z krescencyi, osmą część z arend, dwunastą z stad i inwentarza, dwudziestą z młynow i stawow, trzydziestą z pastiek, i oprócz tego z prowizyi np. 72 tysięcy, wieleby miał całego roku dochodu? Co do wydatku, mógłby powiedzieć, iż połowę dochodu swego rocznego wydaie na wyżywienie i potrzeby własne, osmą część na spłacenie długow, dwunastą na nowe fabryki, albo wsiow reparacye, i t. d. i jeszcze mu niedostaie, albo też zbywa np. 12 tysięcy, wieleż wynosi cały wydatek? 2. Zyta np. kop albo korcy corok posyła do Gdańska, i sprzedaje połowę, na domowy obchod odkłada osmą część, na gorzalnię dwunastą, na poddanych zaratowanie pod czas przednowku dwudziestą, na suchedniowe służącym trzydziestą część, i jeszcze mu na nowy zasiew zostaie kop lub korcy np. 2400, wieleż ich ogulnie było? Owszem choćby inne części wypadały z warunkow Zagadnienia, redukcya atoli pomiaru będzie podobna.



ZAGADNIENIE XXI.

OYciec dwóch Synów czyni Testamentem Dziedzicami Fortuny swojej, z tym warunkiem: ażeby starszy wziął 100 Czerwonych Złotych, i czwartą część reszty dziedzictwa (które tu niewiadome, i część jego iakąś na inny koniec od Oycy wyznaczona, to jest: albo na spłacenia długów, albo na pogrzeb i pobożne uczynki i t. d.) młodszy zaś, ażeby wziął 50 Czerwonych Złotych i połowę tegoż dziedzictwa, po wytrąceniu części braterskiej i swoich Czerwonych Złotych 50 resztującego. Uczyniwszy dzieł taki, pokazało się, że Synowie równych części Dziedzicami zostali. Pytam, iak znaczne to było Dziedzictwo? iakie części w dziale Synowskim?

R E Z O L U C Y A.

Dziedzictwo niewiadome $= x$, reszta po wytrąceniu Czerwonych Złotych 100 dla Syna starszego wyznaczonych, będzie $x - 100$, albo założywszy za 100 a , $x - a$, czwarta

część tej reszty $= \frac{x - a}{4}$, a zatym część

przypadająca na Syna starszego $= a + \frac{x - a}{4}$.

Założywszy zaś za 50 b , część na młodsze-
go



go Testamentem spadająca będzie $= b +$

$$x + a$$

$$x - a - b - \frac{\quad}{4}$$

, to jest :

2

Czerwonych Złotych 50, i połowa dziedzictwa wytrąciwszy część Brata starszego $a +$

$$x - a -$$

iako wyżej, część iego samego $= b,$

4

które to wytrącenie czyli odciagnienie przez odmianę znakow się tylko tu okazuje. A że obydwie te części podług warunkow Zagadnienia pokazały się po uczynionym dziale być równe, więc następujący pomiar wynika :

$$x + a$$

$$x - a - b - \frac{\quad}{4}$$

$$x - a -$$

4

$$a + \frac{\quad}{4} = b + \frac{\quad}{4}$$

4

2

Chcąc już uwolnić pomiar ten od frakcyi, nayprzod przez Mianownika 2 mnożyć trzeba wszystkie inne terminy, które nie są Licznikiem tegoż Mianownika, to jest: same tylko mnożyć trzeba b w drugiej części pomiaru, a w pierwszej wszystkie terminy, będzie :

$$2x - 2a$$

$$x + a$$

$$2a + \frac{\quad}{4} = 2b + x - a - b - \frac{\quad}{4}$$

4

4

Po-

Potym resztę frakcyi gubiąc, czyli przez 4 raz tylko mnożąc, będzie: $8a + 2x - 2a = 8b + 4x - 4a - 4b - x + a$.

Redukując: $6a + 2x = 4b + 3x - 3a$.

Przenosząc: $9a - 4b = x$.

Lecz $a = 100$, $b = 50$, więc $x = 9a - 4b = 9 \times 100 - 4 \times 50 = 900 - 200 = 700$.

Więc całego dziedzictwa wartość = 700 Czerwonych Złotych. Doświadczenie: Starszy Syn

$x - a$

bierze $a + \frac{\quad}{4}$; więc obrociwszy lite-

ry na liczby już wiadome, bierze Czer-

$700 - 100$

wonych Złotych $100 + \frac{\quad}{4}$

4

600

$= 100 + \frac{\quad}{4} = 250$, młodszy zaś bie-

4

$x + a$

$x - a - b - \frac{\quad}{4}$

4

rze: $b + \frac{\quad}{2} = 50 + \frac{\quad}{2}$

2

$700 + 100$

$700 - 100 - 50 - \frac{\quad}{4}$

4

$= 250$,

2

zatem części dziedzictwa na Synów Testamentem spadłe są równe, to jest: pierwsza = 250 i druga = 250, ob. dwie zaś = 500 Czerwonym Złotym, toć reszta tegoż dziedzictwa,

stwa,

stwa, to jest: Czerwonych Złotych 200 na
 inny koniec od Oycę musi być rozrządzona.
 C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XXII.

ZEno Filozof bardzo subtelny, i wykretny
 w starożytności sławny, nie przypuszczając
 ciągłego ciała ruchu, tak rozprawił: Ciało
 albo się rusza na miejscu, na którym jest, albo
 się rusza na miejscu na którym nie jest; lecz
 twierdzić nie można, żeby się ruszało na
 miejscu, na którym jest, gdyż tam spoczy-
 wa; ani na miejscu, na którym nie jest, gdyż
 tam nie zostaje; więc ciało ciągłego nie ma
 ruchu. Rozumiał opacznie ow Mędek, że
 wszystkie ciała ruchy przzerwane są przez małe
 onychże na każdym miejscu odpoczynki.
 W czym łatwoby był poznać błąd swoy, gdy-
 by mógł był widzieć Zegarki, które później
 są wynalezione; i gdyby był ruch ciała poro-
 wnał z obrotem Zegarkowych skazówek czy-
 li indexow. Wszakże te przez skoki idą, i
 choć za każdym skokiem nieco odpoczywają,
 przecież małemi temi odpoczynkami ciągły
 ruch ich i obrot nie przerywa się. Co oko
 własne każdemu pokazuje. Chociaż bowiem
 skoki te i odpoczynki w indexach godzinnych
 są nieznaczne, i pod oko nie podpadające, w
 indexach atoli pierwszominutowych, a tym
 bardziej drugominutowych aż nadto są wi-
 doczne. Z takiego błędnego swego rozumo-
 wania

wania wzmiankowany Filozof, następujący wyciągnął równie błędny wniosek: Gdyby ruch ciała, mówił on, przerwany nie był przez drobne odpoczynki, rzeczby była nigdy niepodobna, aby Achilles ow w biegu, według Homera, najszybszy, który wstawił się pod czas Woyny Trojańskiej, mógł dognać cołgającego się iako najopieszalezy Zołwia, któryby od tegoż Achillesa na 1 milę był oddalony.

Daymy bowiem, mówił daley Zeno, że Achilles 10 np. razy bieży prędzey od Zołwia; ieżeliby więc Achilles y Zołw bez żadney przerwy bieg swoy odprawowali, toć wprzeciągu czasu, w którymby Achilles iedną milę ubiegł, Zołw ubiegłby dzieśiątą część mili drugiey, a wprzeciągu, w którymby Achilles i tę dzieśiątą część mili odprawił, Zołw znowu dzieśiątą część ubiegłby pier-

wszey dzieśiątey części teyże mili, czyli — ,

100

a przebiegłby Achilles i tę setną część, Zołwby się posunął znowu do iedney dzieśiątey czę-

I

ści z owych setnych, czyli do — i tak

1000

zawsze Zołw wyprzedzałby Achillesa, co się doświadczeniu sprzeciwia, więc ciągłego, wnosł Zeno, żadne ciało niema ruchu, i iedne nad drugie w biegu być nie może przedsze, z przyczyny niezliczonych odpoczynkow,

ktore

➔ • ➔

które bieg ow, a zatym ruch każdy prze-
tywaia.

R E Z O L U C Y A.

Długo Filozofia dawna o tym Zagadnie-
niu rozprawiała i mózg Uczniom niepotrze-
bnie suszyła, a dzisiejsza za nie warte nawet
swego roztrząsania sądzi. Co się tycze Ma-
tematyków, ci z błędnym tym wykrętem tak
postępują; przeświadczeni oni będąc o pręd-
szym iednych, a opieszalszym drugich ruch-
nych rzeczy biegu, nie wchodzą bynajmniej
w przyczyny i wywody tego doświadczenia,
ale tylko usiłują wyznaczyć i na oko pokazać
punkta, w których dwie rzeczy nie iednako-
wo ruchome np. Achilles i Zołw zeyść się
mogą, i powinny; a zatym na Problema prze-
rzucone; i inne temu podobne, następują-
cą rezolucyą. Niech będzie przeciąg mieys-
ca, które ubiedz, albo raczey uleźć ma Zołw,
nim się z nim zeydzie Achilles $=x$, że zaś
Zołw ow na milę iedną od Achillesa odległy,
odległość iego od punktu, z którego się ma
ruszyć Achilles, będzie $=x+1$. Lecz że
Achilles podług domniemania dzieścić razy od
Zołwia śpieszniey bieży, przeciąg mieysca od
niego ubieżony będzie $=10x$, a zatym wy-
padnie pomiar:

$$x+1=10x$$

Przenosząc zaś x do drugiej części, będzie
 $1=10x-x=9x$

Dzie-



Dzieląc przez 9, będzie: $x = \frac{1}{9}$

To jest: Achilles zeydzie się z Zołwem pierwszy z dziewięciu części mili drugiej,

czyli przebiegłszy całą milę i $\frac{1}{9}$ mili drugiej. Albowiem nim Zołw ulezie $\frac{1}{9}$ tej mili,

Achilles w dziesięćoro szybszy ubieży $\frac{10}{9}$,

a że $\frac{10}{9} = 1 + \frac{1}{9}$, więc w tym punkcie

Achilles i Zołw iednako oddaleni będą od owego punktu, na którym Achilles znaydował się, a od ktorego Zołw na milę iedną był odległy. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XXIII.

KUpiec zakupiąc do sklepu swego sukna albo materye, obiera nayprzod przedniejszy gatunek, i płaci każdy postaw albo sztukę tego gatunku po Czerwonych Złotych 30, potym bierze gatunek podleyszy, i płaci postaw lub sztukę po Czerwonych Złotych 12, sprzedając zaś też sukna albo materye, czy to całkiem czy na łokcie, na każdym postawie czyli

czyli sztuce sukna owego, lub materyi gatunku lepszego, zarabia Czerwonych Złotych 4, a na każdym postawie, albo sztuce podlejszego gatunku zyskuie Czerwonych Złotych 3. Po zupełnym wszystkiego tego towaru sprzedaniu, gdy wydatek swoy z zyskiem porównywa, znajduie zarobku Czerwonych Złotych 300; gdyż wydał za cały ow towar Czerwonych Złotych 2000, a wziął za niego Czerwonych Złotych 2300. Pytam, ile wszystkich postawow sukna albo sztuk materyi pierwszego, a ile drugiego gatunku zakupił i sprzedał?

REZOLUCYA.

Ponieważ Zagadnienie to do tylu innych przypadkow w kupnachs i sprzedażachs przytosiować się może, ile między handlującymi Narodami znajduie się rodzajow towarow, przeto Rezolucya tego Zagadnienia naylepsza mi się być zda ogulna, ktoraby wszystkie owe obeymowała, i ułatwiała przypadki. J dla tego szczegulne to Zagadnienie w takie powszechnieysze zamieściam: Maiąc daną cenę wyraźną pewney miary, części, albo sztuki dwoiakich towarow, tak co do kupna iako co do sprzedaży, nadto wiadomy ieszcze wydatek ogulny na zakupienie, z zyskiem także ogulnym po zprzedaniu tychże towarow, zgadnąć, ile iednego, a ile drugiego z nich sztuk wszystkich było? Niech więc nayprzod

H

w ku-



w kupowaniu cena iedney sztuki pierwszego towaru będzie $\equiv a$, cena iedney sztuki drugiego towaru $\equiv b$, wydatek ogulny $\equiv c$, a po sprzedaży zysk na obydwu towarach $\equiv d$, liczba zaś niewiadoma wszystkich sztuk pierwszego towaru $\equiv x$. Ze więc wydatek na zakupienie obu towarow jest $\equiv c$, toć wydatek na towar drugiego gatunku $\equiv c - ax$, a ten dzieląc przez cenę iedney sztuki tegoż drugiego gatunku towaru $\equiv b$, będzie:

$$\frac{c - ax}{b}$$

summa wszystkich iego sztuk $\equiv \frac{c - ax}{b}$.

Powtore w przedawaniu niech cena iedney sztuki towaru pierwszego gatunku będzie $\equiv p$, a cena iedney sztuki towaru drugiego $\equiv q$, będzie cena wszystkich sztuk pierwszego towaru $\equiv px$, cena zaś wszystkich sztuk towaru drugiego czyli ilkości $\frac{c - ax}{b}$, będzie \equiv

$\frac{qc - qax}{b}$.

A że te dwie ceny podług warunku Zagadnienia przewyższają ogulny na towary owe wydatek $\equiv c$ zyskiem $\equiv d$; zrownają się więc z tymże zyskiem, odciągawszy od nich ogulny wydatek c , i pomiar następujący ułoży się:

$$px + \frac{qc - qax}{b} - c = d.$$

$$px + \frac{qc - qax}{b} - c = d.$$

A zgubiwszy frakcyą, mnożąc przez b inne terminy będzie : $bpx + qc - qax - bc = bd$.

Przeniosszy zaś ilkości wiadome do wiadomych, będzie : $bpx - qax = bd - qc + bc$.

Podzieliwszy nareszcie przez $bp - qa$, będzie :

$$x = \frac{bd - qc + bc}{bp - qa}$$

Tak już mając zredukowany pomiar, obrocic trzeba litery na liczby podług Zagadnienia warunkow, np. w ostatnim danym Zagadnieniu $a = 30$, $b = 12$, $c = 2000$, $d = 300$, $p = 34$, $q = 15$.

A zatym : $x =$

$$\frac{12 \times 300 - 2000 \times 15 + 12 \times 2000}{12 \times 34 - 30 \times 15}$$

$$3600 - 30000 + 24000$$

$$408 - 450$$

Czyli : $x =$

Dodawszy zaś 3600 do $+ 24000$, a sumę 27600 odciągnąwszy od $- 30000$, będzie reszta $= - 2400$; w Dzielniku także 408 odciągnąwszy od $- 450$ zostanie $- 42$, a zatym będzie :

$$x = \frac{-2400}{-42}$$



Podzieliwszy nakoniec — 2400 przez — 42, wypadnie cena ilkości x dodatna, to jest:

$$x = \frac{57 + \frac{1}{42}}{7} = 57 + \frac{1}{7}$$

J ta jest liczba postawow sukna, albo sztuk materyi pierwszego gatunku zakupionych; z ktorey łatwo iuż doysć liczby postawow albo sztuk sukna lub materyi drugiego gatunku. Jeżeli bowiem pierwszego jest sztuk

$$\frac{57 + \frac{1}{7}}{7}, \text{ toć drugiego będzie sztuk } =$$

$$c - ax = 2000 - 30 \times \frac{57 + \frac{1}{7}}{7}$$

Czyli płacąc za każdą sztukę pierwszego towaru po Czerwonych Złotych 30, wypa-

$$\text{dnie za sztuk } \frac{57 + \frac{1}{7}}{7} \text{ summa Czerwonych}$$

$$\text{Złotych } = 1714 + \frac{2}{7}, \text{ którą odciągając od}$$

$$\text{całego wydatku czyli od Czerwonych Złotych } 2000, \text{ zostanie reszta } = 285 + \frac{5}{7}, \text{ a tę}$$

dzieląc przez 12 Czerwonych Złotych, czyli przez wydatek za każdą osobną sztukę drugiego towaru, Wieloraz da ogólną liczbę wszystkich sztuk tegoż drugiego towaru $= 23 +$

$\frac{17}{21}$

—, a zatem wszystkich razem postawow su-
kna, albo sztuk materyi w obydwóch gatun-

$\frac{20}{21}$

kach było $80 +$ —. Doświadczenie. Wszak-

$\frac{21}{21}$

że zarabiając po Czerwonych 4 na $57 +$ —

$\frac{1}{7}$

sztukach, zarobił Czerwonych Złotych 228

$\frac{7}{4}$

$+ \frac{4}{7}$, potem: po Czerwonych Złotych

$\frac{7}{17}$

3, na $23 +$ —, zarobił Czerwonych Zło-

$\frac{17}{21}$

tych $71 +$ —. A że $228 + 71 +$ —

$\frac{9}{21}$

$\frac{4}{7}$

$+ \frac{4}{7}$

$\frac{21}{9}$

$\frac{7}{9}$

$\frac{9}{21} = 300$, więc i t. d. C. B. D. R.

$\frac{21}{21}$

ZAGADNIENIE XXIV.

Gospodarz na wyżywienie swoje i Domowników swoich, corok 60 korcy pszenicy odkładał, a resztę wyśiewał. Zdarzyło się, że przez trzy ciągle lata w sześcioro więcej rodziło Mu się pszenicy, aniżeli iey wyśiewał, czyli: że wyśiew każdy szofte ziarno wydawał, przeto w dzieścioro bogatszym w pszenicę stał się po trzech latach, aniżeli był przedtym. Pytam, ile korey pszenicy miał na początku gospodarstwa?

R E Z O L U C Y A.

Korce na początku miane $=x$, odkładane na wyżywienie $60=a$, coroczna krescencya w sześcioro powiększająca się przez każdy rok w przeciągu lat trzech $=m$, będzie zatem wyśianey owej w pierwszym roku pszenicy (odciągnąwszy od x a, czyli 60 na wyżywienie korcy) $=x-a$, pierwszoroczna zaś oneyże krescencya będzie (rozmnożywszy wyśiew pierwszoroczny $x-a$ przez m , czyli sześciorakie powiększenie) $=mx-am$. Na rok zaś drugi od tej krescencyi odciągnąwszy znowu a , na wyżywienie Domowników, reszta wyśiana będzie $=mx-am-a$, krescencya zaś drugoroczna będzie, rozmnożywszy tenże drugoroczny wyśiew przez m , $=mx-am-a \times m = mmx-am-m-a$, czyli: m^2x-am^2-am .

Na

Na rok już trzeci, znowu a odciąg-
wszy od drugoroczney krescencyi, będzie re-
szta pozostała na wyśiew trzecioroczny $=$
 $m^2x - am^2 - am - a$, a ten wyśiew znowu
rozmnóżywszy przez m , będzie trzecioroczna
krescencya $= m^3x - am^2 - am - a \times m = m^3x$
 $- am^3 - am^2 - am$. Ze zaś cały ten psze-
nicy majątek w dzieścioro większy być po-
winien nad ow, który był na początku gospodar-
stwa, więc taki wypada pomiar:

$$m^3x - am^3 - am^2 - am = 10x.$$

Przenosząc niewiado-
me do niewiadomych bę-

dzie: $- m^3x - 10x = am^3 + am^2 + am$.

Dzieląc przez $m^3 - 10$,

$$am^3 + am^2 + am$$

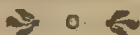
będzie: $- x = \frac{\quad}{m^3 - 10}$.

Zakładając nareszcie za litery liczby, i wyno-
sząc je do tego stopnia, do którego litery są
wyniesione, cena niewiadomey ilkości x od-
kryje się. Albowiem jeżeli $a = 60$, $m = 6$,
więc $m^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$, $m^2 = 36$, a zatym
 $am^3 = 60 \times 216 = 12,960$, $am^2 = 60 \times 36 =$
 $am^3 + am^2 + am$
 2160 , $am = 360$. Przeto: $x = \frac{\quad}{m^3 - 10}$

$$m^3 - 10$$

$$12,960 + 2160 + 360$$

$$\frac{\quad}{216 - 10} : \text{Czyli } x =$$



15480 30 15
 ——— = 75+ ——— czyli + ———.

206 206 103
 Miał tedy ów Gospodarz na początku gospo-
 15

darstwa swego pszenicy korcy 75+ ———
 103

Doświadczenie. Jeżeli bowiem miał w ten czas
 15

korcy 75+ ———, toć odłożywszy na po-
 103

trzeby domowe korcy 60, nie wydał w pier-
 15

wszym roku tylko korcy 15+ ———, a że
 103

mu wysiew ten szofte ziarno wydał, toć w
 15 6

rok miał: $15 \times 6 + \text{———} \times \text{———} = 90 + \text{———}$
 103 1

90
 ———, a od tego odciągawszy korcy 60 na
 103

wyżywienie, zostanie na nowy wysiew korcy
 90

30+ ———, znowu więc 30+ ——— $\times 6$
 103 103

uczyni w drugim roku 180+ ———, odcią-
 540

gnawszy zaś od tego 60, zostanie na trzeci
 103

wysiew 120+ ———, który w trzecim ro-
 540



3240

rozmnożony w sześćcioro uczyni: $720 + \frac{\quad}{\quad}$

103

czyli $751 + \frac{47}{103}$. Co wyniesie więcej niż

103

w dzieścioro nadto, co miał na początku,

15

15

czyli nad $75 + \frac{\quad}{\quad}$, gdyż $75 + \frac{\quad}{\quad}$

103

103

150

47

$\times 10 = 750 + \frac{\quad}{\quad}$ czyli: $751 + \frac{\quad}{\quad}$

103

103

C. B. D. R.

Z A D A N I E II.

Gdy z warunków iakiego Zagadnienia wypadną dwie, lub kilka niewiadomych ilkości, a zatym dwa lub kilka też niewiadome ilkości w sobie zawierających pomiarów, iakim sposobem wyrugować i zgubić owe ilkości niewiadome, żeby z nich iedna tylko w iednym pomierze została?

Rezolucye niżej położonych Zagadnień, każdego przeświadczą o nieuchronney potrzebie szukania i używania znalezionych sposobów, na takie redukowanie wielu ilkości niewiadomych, żeby iedna tylko z nich w iednym została pomierze. Inaczej bowiem nie może się odkryć cena wszystkich owych niewiadomych

mych ilkości, skoro wszystkie się nie wygubią, i iedna tylko z nich z iednym pomiarem nie zostanie. Różne zaś na to Rachmistrze literalni przepisują sposoby, z których następujące 4 są nayszwyczajnieysze.

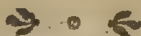
I. Pierwszy sposob rugowania z pomiarow ilkości niewiadomych, a zatym i samych gubienia pomiarow bez zepsucia ceny tychże niewiadomych iest przez *Założenie* (per substitutionem,) to iest: wzięwszy cenę iedney ktorey z kilku w iednymże pomierze będących ilkości niewiadomey (czyli w pierwszej pomiaru części iedną którą zostawiwszy niewiadomą, a inne wszystkie z wiadomemi nawet, iесли będą, do drugiej części z przeciwnym znakiem przeniosłszy) cenę tę w drugim pomierze z warunkow tegoż Zagadnienia wypadłym założyć za tęż samą niewiadomą ilkość, np. iezeli Ci w iakim Zagadnieniu wypadły te dwa pomiary dwie niewiadome ilkości w sobie zawierające, pierwszy: $x + y = a$ drugi: $2y + x = b$. Cena w pierwszym niewiadomey ilkości x , przekładaąc do drugiej części y , będzie: $x = a - y$, a tę cenę założywszy za tęż niewiadomą x w drugim pomierze, będzie: $2y + a - y = b$, czyli odciągając $-y$ od $2y$, będzie: $y + a = b$ gdzie iuż iedna tylko iest niewiadoma, i ieden iuż tylko pomiar rowny dwom danym, gdyż w tym drugim lubo niemasz ilkości x , która była w pierwszym pomierze, iest atoli cena iego, czyli to, co ilkości x było rownego, to iest:

jest: $a \text{---} y$, zatym taka przez Założenie uczyniona redukcya, lubo iedną niewiadomą zgubiła, ceny iednak iey nie zgubiła. Sposob ten redukowania pomiarow naybardziey używany bywa w ten czas, kiedy trzy lub więcey ilkości niewiadomych, a zatym i pomiarow z warunkow Zagadnienia wypadną. W ten czas albowiem we dwóch pomiarach ktorzykolwiek bierze się cena dwóch niewiadomych, a w trzecim pomierze cena ich zakłada się za też same niewiadome; np. ieżeli z Zagadnienia wypadną te trzy pomiary I. $x \text{+} \text{---} y \text{---} a$ II. $y \text{+} \text{---} z \text{---} b$, III. $x \text{+} \text{---} z \text{---} c$. Wziąwszy cenę w pierwszym pomierze $x \text{---} a \text{---} y$, a w drugim $z \text{---} b \text{---} y$, i ceny te założywszy za x i z w trzecim, będzie $a \text{---} y \text{+} \text{---} b \text{---} y \text{---} c$ czyli przeniośszy niewiadome do drugiej części, a wiadomą do pierwszej, będzie $a \text{+} \text{---} b \text{---} c \text{---}$

czyli $y \text{---} \text{---}$, gdzie iedna już

tylko jest niewiadoma, a pomiary wszystkie trzy do iednego zredukowane. W takim zaś przez Założenie redukowaniu, tę trzeba koniecznie zachować regułę, to jest: ile razy się trafi, a trafia się bardzo często, że ilkość niewiadoma w tym pomierze, w którym zakładać się ma cena iey z innego pomiaru wzięta, ma wyraźnego współczynnika, potrzeba przez tego współczynnika całą wzmiankowaną cenę i każdy z osobna termin iey rozmnożyć, zachowując w tym mnożeniu Przepis na

zna-



znaki, zwłaszcza, kiedy się trafia cena odci-
żna, bo kiedy jest dodatna, na ten czas zna-
ki te wszystkie wypadać muszą, które są w
teyże cenie, oprócz znaku pierwszego iey ter-
minu. Niech będą np. trzy te pomiary, kto-
re redukować potrzeba I. $4x + y = a$, II. $7x + z = b$, III. $4y + 5z = c$. Cena z pier-
wszego pomiaru $y = a - 4x$, z drugiego $z =$
 $b - 7x$. Zakładając w trzecim cenę y , bę-
dzie nayprzod: $+4x + a = +4a$, powto-
re: $+4x - 4x = -16x$, zakładając zaś
cenę z , będzie: $+5x + b = +5b$, potym
 $+5x - 7x = -35x$, a zatym trzeci po-
miar zamieni się w ten: $4a - 16x + 5b -$
 $35x = c$, czyli $4a + 5b - c = 51x$ czyli $x =$
 $4a + 5b - c$

—————. Lecz gdyby redukować przy-

51

szło te dwa pomiary: $a = x - 2x$, i $b = 3x$
 $= y$, cena pierwszego, przeniosszy do pier-
wszey części niewiadome, a wiadomą do dru-
giey, będzie: $2x - x = -a$, czyli: $x =$
 $-a$, a cenę tę założywszy w drugim po-
mierze za $-3x$, będzie $-3x - a = +3a$
(przez Przepis na znaki Multypl.) a zatym
pomiar drugi będzie: $b + 3a = y$. Co dobrze
proszę pomnieć.

II. Drugi sposób przez *Składanie* (per
compositionem) cen iedneyże ilkości ze dwóch
pomiarow wypadających, to jest: gdy ilko-
ści iakiey niewiadomey weźmiesz cenę w ied-
nym pomierze, potym teyże samey ilkości
we-

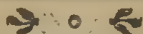
weźmiesz cenę w drugim pomierze, a te dwie
 ceny zrownasz z sobą i w nowy pomiar uło-
 żysz, zgubisz iedną z niewiadomych, a dwa
 pomiary w ieden zamienisz, rowny obydwom
 pierwszym. Przeto sposob ten redukowania
 w ten czas pospolicie używany bywa, kiedy
 dwa wypadną pomiary z warunkow Zagadnie-
 nia, lubo i w tym razie używać można pier-
 wszego sposobu przez Założenie. Niech bę-
 dą np. dwa pomiary, pierwszy: $x + y = a$,
 drugi: $3x = 4y$, cena z pierwszego $x = a + y$,
 z drugiego: $x = \frac{4y}{3}$, więc składając te

obydwe ceny, będzie nowy pomiar obydwom
 danym rowny $a + y = \frac{4y}{3}$, a to na fun-

damencie tey prawdy przez się iasney; dwie
 rzeczy iedney trzeciej rowne, są między so-
 bą także rowne. A że ceny rzeczzone są ro-
 wne iedneyże trzeciej ilkości x , toć i sobie

są rowne, a zatym $a + y = \frac{4y}{3}$, czyli
 zgubiwszy frakcyą $3a + 3y = 4y$, czyli: $3a = 4y - 3y$, czyli: $3a = y$.

III. Trzeci sposob przez Dodanie iedne-
 go pomiaru do drugiego, np. mając w iakim
 Zagadnieniu te dwa pomiary, pierwszy: $x + y = a$,
 drugi: $x - y = b$, dodawszy oby-
 dwa, mieć będziesz ieden pierwszym oby-
 dwom



dwom rowny : $x+y+x-y=a+b$, czyli : $2x=a+b$. Jeżeli bowiem równe się rzeczy dodadzą rownym, i summy będą równe. Lecz ten sposób w ten czas tylko prawie bywa używany, kiedy przez Dodanie pomiarów może się ilkość niewiadoma zgubić dla przeciwnych znaków, z których jeden w jednym, a drugi w drugim znajduje się pomierze. Lubo czasem przyda się i w innych przypadkach, iako się da widzieć w Zagadnieniu trzecim.

IV. Czwarty sposób przez *Odciągnięcie* iednego od drugiego pomiaru, np. mając te same dwa pomiary $x+y=a$, i $x-y=b$, można odciągnąć drugi od pierwszego, będzie reszta $x+y-x-y=a-b$, czyli : $2y=a-b$, gdzie x dla przeciwnych znaków zepsuło się, i zostało same y . Lecz oczywista, że i tego sposobu nie zawsze można użyć, dla tego doświadczać potrzeba obydwóch ostatnich, ktoregoby się z nich chwycić, a który opuścić należało. Widzieć można w następujących zaraz Zagadnieniach, iak pierwsze dwa redukowania pomiarów sposoby są przydatne, i ułatwić równie dobrze mogące różne tychże Zagadnień warunki; trafia się atoli, że tamte same bez tych pomocy cale są nieskuteczne, iako każdy pozna z Rezolucyi Zagadnienia dziesiątego, przeto wszystkie 4 te sposoby i zrozumieć dobrze, i pamiętać należy.

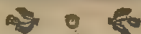
Z A D A N I E III.

Jak rozwiązać Zagadnienia proste określone, w których się kilka niewiadomych ilkości znajduje ?

I. **M**Ając takie Zagadnienie rozwiązać, którego warunki wyciągać założenia kilku niewiadomych ilkości, i tyłuż ułożenia pomiarów, potrzeba najprzód dwa pierwsze Przepisy na początku Rozdziału tego dane zachować, to jest: 1. Uważać, które w Zagadnieniu tym wiadome są rzeczy, a które niewiadome, i litery za liczby pozakładać, gdzie jakich trzeba; 2. Dobrze roztrząsnąć warunki Zagadnienia, i ile tych warunków jest zawierających w sobie co niewiadomego, czyli ile samych niewiadomych ilkości jest, tyle ułożyć pomiarów. Przepis ten, jak i inne następujące, najlepiej okaże przykład.

Z A G A D N I E N I E I.

MAtka spytana o wiek trzech Synów swoich, odpowiedziała: najmłodszy Syn moy z średnim ma 25 lat, średni z najstarszym 60, a najstarszy z najmłodszym 37. Jakież lata każdego z osobna Syna ?



R E Z O L U C Y A I.

Zakładając nayprzód litery za niewiadome lata, będą lata naymłodsze $=x$, średnie $=y$, naystarsze $=z$, $25=a$, $60=b$, $37=c$; ponieważ więc trzy tu są warunki, i troiakię lata niewiadome, przeto na trzy pomiary to Zagadnienie obrocisz, to iest niewiadome lata Synow naymłodszeo i średniego zrownasz z a , i będzie pierwszy pomiar: $x+y=a$

Potym niewiadome lata średniego i naystarszego zrownasz z b , i będzie drugi pomiar: $y+z=b$.

Nareszcie lata naystarszego i naymłodszeo zrownasz z c , będzie trzeci: $x+z=c$.

II. Mając już ułożone pomiary, a widząc, że w nich więcej iak porazu niewiadoma każda ilkość mieści się, przytąpić potrzeba do redukcyi tychże pomiarow, i rugowania owych niewiadomych ilkości, żeby iedna tylko w iednym pomierze została, zażywając do tego sposobow pod Zadaniem poprzedzającym opisanych. Tak w przedsięwziętym przykładzie, chcąc trzy na ieden zredukować pomiary, możesz pierwszego użyć sposobu, biorąc cenę x w pierwszym pomierze, a w drugim cenę z , ponieważ te obydwie niewiadome znajduią się w trzecim, będzie 1. $x=a-y$. 2. $z=b-y$, które to dwie ceny (zanotowawszy ie na boku, gdyż do dokon-

czenia

czenia Rezolucyi będą potrzebne) załóż za
też niewiadome x i z w trzecim pomierze,
będzie: $a \text{---} y \text{+} \text{---} b \text{---} y \text{=} c$, gdzie już iedna
tylko niewiadoma iest ilkość y , i pomiary
wszystkie trzy na ten ieden obrocone. Nic
więc już nie zostaje, tylko dokończyć tey re-
dukcyi podług Przepisow ogulnych, to iest:
niewiadome obydwie, ponieważ są tu odciąż-
żne, do drugiey przenieść części, a wiadome
do pierwszey, będzie $a \text{+} \text{---} b \text{---} c \text{=} zy$, nare-
szcie przez współczynnika z podzielić, będzie:
 $a \text{+} \text{---} b \text{---} c$

$$y \text{=} \text{-----}$$

2

III. Zredukowawszy wszystkie niewia-
dome ilkości do iedney, a tey przez inną ża-
dną, ani rozmnożoney, ani podzieloney, a
zatym pomiary wszystkie w ieden sposobami
przepisanemi zamieniwszy, obroc litery na
liczby, za ktore na początku Rezolucyi, zało-
żone były, znaydziesz cenę teyże iedney nie-
wiadomey. Zebyś zaś i innych w tymże Za-
gadnieniu niewiadomych ilkości znalazł ceny,
tę znalezioną dopiero cenę zakładay w zano-
towanych owych cenach, w ktorych też nie-
wiadoma już odkryta zawiera się. J tak w
naszym przykładcie nayprzod litery obracając
na liczby, ponieważ $a \text{=} 25$, $b \text{=} 60$, $c \text{=} 37$, będzie: $y \text{=} \text{-----}$

$$a \text{+} \text{---} b \text{---} c \quad 25 \text{+} \text{---} 60 \text{---} 37$$

$$37, \text{ będzie: } y \text{=} \text{-----}$$

2

2



$$\begin{array}{c} 35-37 \qquad 48 \\ \hline \hline \qquad 2 \qquad \qquad 2 \end{array} = 24. \text{ A jeżeli } y =$$

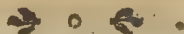
24, toć $x = a - y = 25 - 24 = 1$, toć i $z = b - y = 60 - 24 = 36$, i t. d.

IV. Na koniec doświadcz, czy ceny niewiadomych ilkości już odkryte odpowiada, i dosyć czynią warunkom Zagadnienia. Jeżeli tak jest, tedy dobra cała robota, jeżeli zaś choć iednemu warunkowi nie stało się zadosyć, omyłka iakaś w rachubie stać się musiała, więc na nowo powtorzyć robotę potrzeba. Tak w Zagadnieniu dopiero rezolwowanym, warunek pierwszy był, aby x i y czyli lata najmłodszego i średniego Synów były $= a$ czyli: 25. Aże $1 + 24 = 25$, toć się temu warunkowi uczyniło dosyć. Drugi, aby $y + z$, czyli, lata średniego i najstarszego Synów były $= b$, czyli: 60. Aże $24 + 36 = 60$, więc i temu warunkowi stało się zadosyć. Trzeci, aby $x + z$ czyli najmłodszego i najstarszego Synów lata były $= c$, czyli: 37. Aże $1 + 36 = 37$. Więc i temu warunkowi odpowiada Rezolucya; więc niezawodnie dobrze się rezolwowało, co było do rezolwowania.

REZOLUCYA II.

Przez składanie. Ponieważ ogólnego Przepisu dać nie można, względem używania danych sposobow na redukcye różnych pomia-
row

row do iednego takiego, w którymby iedna tylko z niewiadomych została, dla tego, że iak warunki Zagadnień nie iednakie bywają, tak sposoby redukowania pomiarow nie iednostayne, więc, żeby Zaczynający nabyli łatwości używania wszystkich czterech przepisanych nato sposobow, a mianowicie dwóch pierwszych przez założenie i składanie, iako naydoświadczeńszych, dwoiakię na to pierwsze i niektore następujące Zagadnienia dam Rezolucye. Maiąc w pierwszym Zagadnieniu wypadłe z warunkow te trzy pomiary, pierwszy: $x + y = a$, drugi: $y + z = b$, trzeci: $x + z = c$, a namysłaiąc się o sposobie redukowania onych, gdybyś się chwycił drugiego sposobu przez składanie, tak ci postąpić należy. Widzisz niewiadomą ilkość x w pierwszym i trzecim pomierze, weź więc ceny ich, będzie z pierwszego pomiaru $x = a - y$, z trzeciego zaś $x = c - z$, i złoż te dwie ceny w ieden pomiar, będzie: $a - y = c - z$, a tak zgubiłes już iedną niewiadomą x ; żebyś zaś i drugiey y pozbył się, szukay w tym nowym pomierze ceny icy, będzie: $a - c + z = y$, z drugiego zaś ieszcze nietykanego pomiaru, będzie cena teyże niewiadomey $y = b - z$, znowu więc złoż te ceny w ieden pomiar, będzie: $a - c + z = b - z$, gdzie już iedna tylko została niewiadoma z , ktorey, zredukowawszy ten pomiar, zapytana cena bę-



dzie: $2z = b - a + c$, czyli: $z = \frac{b - a + c}{2}$

czyli obrociwszy litery na liczby: $z = \frac{60 - 25 + 37}{2}$

$= 36$. A zatem $y = b -$

$z = 60 - 36 = 24$, $x = a - y = 25 - 24 = 1$. Jak wyżej pod Rezolucją 1. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE II.

W Pewney fortecy byli na załodze Francuzi, Szwaycarowie i Niemcy. Liczba Francuzow wziętych wraz z Szwaycarami wynosiła 5000, Szwaycarow z Niemcami 7000, a Niemcow z Francuzami 6000. Pytam, ile z każdego Narodu Żołnierzy było, tudzież, ile było wszystkich razem wziętych?

Rezolucye tego Zagadnienia też same są, co i pierwszego, gdyż i warunki iego podobne i pomiary.

REZOLUCYA I.

Przez założenie. Niech będzie liczba Francuzow niewiadoma $= x$, Szwaycarow $= y$ Niemcow $= z$, 5000 $= a$, 7000 $= b$, 6000 $= c$. Wypadną 3 pomiary.

Liczba Francuzow z Szwaycarami: $x + y = a$.

Liczba

Liczba Szwaycarow z Niemcami $y+z$
 $=b$.

Liczba Niemcow z Francuzami $z+x$
 $=c$.

Biorąc cenę x w pierwszym będzie: $x=a-y$.

W drugim zaś cenę z , będzie: $z=b-y$.

Zakładając obydwie w trzecim, będzie:
 $b-y+a-y=c$.

Przenosząc, będzie: $a+b-c=2y$
 $a+b-c$

Dzieląc na koniec przez 2, $y=$ _____

Obracając litery na liczby: $y=$
 $5000+7000-6000$

2

12000—6000

6000

Czyli: $y=$ _____ $=$ _____
 2 2

$=3000$.

A gdy $y=3000$, toć $x=a-y=$
 $5000-3000=2000$; $z=b-y=7000-$
 $3000=4000$. Liczba więc Francuzow=
 2000 , Szwaycarow= 3000 , Niemcow= 4000 .
 Doświadczenie. Albowiem $2000+3000=$
 5000 , $3000+4000=7000$, $2000+4000$
 $=6000$. C. B. D. R.

R E Z O L U C Y A II.

Przez składanie. Wziąwszy cenę x w pierwszym i drugim pomierze, złoż ie w nowy pomiar, będzie: $x = a - y = c - z$, czyli: $a - c + z = y$, wziąwszy znowu tę cenę, złoż z drugą wziętą w drugim pomierze ceną y , będzie: $a - c + z = b - z$, czyli: $2z = b + c - a$
 $b - a + c$, czyli: $z = \frac{b + c - a}{2}$ czyli

obrociwszy litery na liczby $z = \frac{7000 + 6000 - 5000}{2} = \frac{13000 - 5000}{2} = \frac{8000}{2}$
 $= 4000$ i t. d. iak wyżej.

Z A G A D N I E N I E III.

Czterech Kupcow A, B, C, D, składkę na handel czynią. A, B i C, razem daią Czerwonych Złotych 790. B, C i D, daią 990. C, D i A, daią 940. Na koniec D, A, B, daią 850. Pytam, iak wielka summa złożona od wszystkich, i każdego z osobna?

REZOLUCYA.

Przez dodanie. Summa $A=x$, $B=y$, $C=z$, $D=w$. Z Zagadnienia warunkow wychodzą 4 pomiary:

$$\text{Pierwszy: } x+y+z=790.$$

$$\text{Drugi: } y+z+w=990.$$

$$\text{Trzeci: } z+w+x=940.$$

$$\text{Czwarty: } w+x+y=850.$$

Możnaby te pomiary redukować przez założenie lub przez składanie, tak, iak w Zagadnieniach 1 i 2. Lecz osobliwy to jest przypadek, w którym przez same pomiarow dodanie, przez ktore żadna nawet niewiadoma ilkość nie gubi się, znaleziona być może summa zapytana. Albowiem dodawszy pomiary, będzie z nich summa $=3x+3y+3z+3w=3570$.

Podzieliwszy zaś przez 3, będzie: $x+y+z+w=1190$.

J ta jest summa od wszystkich Kupcow złożona, od ktorey odciągawszy złożone w szczególności od A, B i C, reszta będzie D, i t. d. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

Kupiec Gdański przyśłał Warszawskiemu raz 3 kamieni kawy, a 4 oxety wina za Czerwonych Złotych 69, drugi raz 5 kamieni kawy, a 2 oxety wina za Czerwonych Złotych 45. Pyta Warszawski Kupiec, po czemu



czemu przypada kamień kawy, a po czemu
oxet wina?

REZOLUCYA. I.

Przez założenie. Cena kawy niewiado-
ma $= y$, wina $= x$, $69 = a$, $45 = b$. Z
pierwszego warunku Zagadnienia będzie po-
miar, rozmnożywszy cenę przez kamienie i
oxety: $3y + 4x = a$.

Z drugiego zaś warunku, będzie: $5y + 2x = b$.

Biorąc cenę y w pierwszym pomierze,
 $a - 4x$
będzie: $y = \frac{a - 4x}{3}$.

A cenę tę zakładając w drugim za $5y$,
wprzód ią przez 5 rozmnożywszy, będzie:
 $5a - 20x$

$\frac{5a - 20x}{3} + 2x = b$.

$\frac{5a - 20x}{3}$
Gubiąc frakcyę, będzie: $5a - 20x + 6x = 3b$.

Przenosząc: $5a - 3b = 20x - 6x = 14x$.

$5a - 3b$
Dzieląc, będzie: $x = \frac{5a - 3b}{14}$.

Obracając litery na liczby: $x = \frac{5 \times 69 - 3 \times 45}{14}$



$$\text{Czyli: } x = \frac{345 - 135}{14} = \frac{210}{14} = 15.$$

$$\text{A ieśli } x = 15, \text{ toć } y = \frac{a - 4x}{3} =$$

$$\frac{69 - 15 \times 4}{3} = \frac{69 - 60}{3} = \frac{9}{3} = 3.$$

Doświadczenie. Wszakże nayprzod: 3 kamie-
nie kawy, a 4 oxety wina czynią: $3 \times 3 = 9$
+ $4 \times 15 = 60$, a zatym razem $= 69$. Potym
5 kamieni kawy, a 2 oxety wina czynią 5×3
 $= 15$ + $1 \times 15 = 30$, a zatym razem $= 45$.
C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Przez składanie. Weź ceny niewiadome,
np. y w pierwszym i drugim pomierze, złoż
ie wieden, a ten zredukuy, też samę cenę
odkryiesz. Będzie albowiem cena z pierwsze-

$$\text{go: } y = \frac{a - 4x}{3}, \text{ z drugiego } y = \frac{b - 2x}{5}.$$

$$\text{a zatym składając, będzie: } \frac{a - 4x}{3} = \frac{b - 2x}{5}$$

Gubiąc frakcye, będzie nayprzod:



$$3b - 6x$$

$$a - 4x = \frac{\quad}{5}, \text{ potym : } 5a - 20x =$$

$$3b - 6x. \text{ Przenosząc } y \text{ odciągając : } 14x =$$

$$5a - 3b. \text{ Dzieląc na koniec : } x = \frac{5a - 3b}{14}$$

tak, iak i pierwey.

ZAGADNIENIE V.

PAn przyimując sługę, taką z nim czyni umowę : za każdy dzień, ktorego będziesz pracował, oprócz wikt, weźmiesz odemnie 3 srebrne grosze, przeciwnie, za każdy dzień, ktory na próżnowaniu sstrawisz, ty mi za wikt 7 srebrnych groszy zapłacisz. Gdy upłynęło od owey umowy dni 50, a porachunek Pan z sługą uczynił, pokazało się, że ieden drugiemu nic nie był winien. Pytam, ile ow sługa dni na pracy, a ile na próżnowaniu sstrawił ?

REZOLUCYA. I.

Przez założenie. Dni na pracy sstrawione $= x$, na próżnowaniu zaś $= y$, dni upłynionych $50 = a$. Oczywista nayprzod : że dni na pracy i próżnowaniu sstrawione razem wzięte wyrownały dniom 50. Zatym pierwszy pomiar będzie : $x + y = a$.

Powtore, że summa groszy rozmnożona przez dni niewiadome pracy, równa była summie groszy rozmnożonej przez dni także niewiadome próżnowania. Albowiem, gdy upłynęło dni 50, nic ieden drugiemu nie był winien, a zatym drugi pomiar będzie: $3x = 7y$.

Wziąwszy więc cenę x w pierwszym pomiarze, będzie: $x = a - y$, i założywszy ją za $3x$ w drugim, będzie: $3a - 3y = 7y$.

Przenosząc zaś, będzie: $3a = 7y + 3y$. A dodając i dzieląc; będzie: $3a = 10y = y = 3a$.

10

Obracając zaś litery na liczby, będzie:

150

$y = \frac{150}{10} = 15$.

10

A gdy $y = 15$, toć $x = a - y = 50 - 15 = 35$.

Doświadczenie: Albowiem jeżeli na pracy strawił, dni 35; a brał za każdy ten dzień po groszy srebrnych 3, toć wziął $35 \times 3 = 105$, a jeśli na próżnowaniu strawił dni 15, a płacił Panu za wikt każdego tego dnia groszy srebrnych 7, toć zapłacił $15 \times 7 = 105$. A zatym po upłynieniu dni $35 + 15$ czyli: 50, nic ieden drugiemu nie był winien. C. B. D. R.



R E Z O L U C Y A . II.

Wziąć możesz iedneyże ktorey ilkości np.
x ceny w obydwóch pomiarach, będzie: 1.

$$x = a - y. \quad 2. \quad x = \frac{7y}{3}, \text{ a złożwszy oby-}$$

$$\text{dwie, będzie: } a - y = \frac{7y}{3}, \text{ czyli gubiąc}$$

$$\text{frakcyą: } 3a - 3y = 7y, \text{ przenosząc zaś: } 3a$$

$$= 7y + 3y \text{ czyli: } 3a = 10y, \text{ czyli: } y =$$

$$\frac{3a}{10} \text{ iak pierwey.}$$

Z A G A D N I E N I E VI.

EUklides taką komuś zadał gadkę: szły
Muś i Oślica z ciężarem, niosąc wino w
baryłach. Do Oślicy pod ciężarem stękaia-
cey muś, czego, rzecz, stękasz? Gdybyś
z wina, ktore dźwigasz, mnie iedną baryłkę
dała, ciężar moy wedwoynasob od twego był-
by większy, gdybyś zaś odemnie iedną wzię-
ła, rownebyśmy dźwigali ciężary. Zgadniy,
ile baryłek wina Muś, a ile Oślica dźwi-
gała?



R E Z O L U C Y A. I.

Przez Założenie. Baryłki niewiadome
 Muśa $=x$ Oślicy $=y$. Gdyby najprzod
 Oślica iedną baryłkę Muśowi daśa, ciężar Mu-
 śa byłby $=x+1$, a Oślicy zostałaby $=y$
 -1 . Po takim zaś przeniesieniu iedney ba-
 ryłki, większy we dwuynasob byłby ciężar
 Muśa od ciężaru Oślicy; przeto, żeby i Mu-
 śa i Oślicy równe były ciężary, trzeba albo
 podzielić Muśa ciężar iedną baryłką powię-
 kszony przez 2, albo przez też 2 rozmnożyć
 ciężar Oślicy iedną także baryłką zmniejszo-
 ny; rozmnożywszy, wypadnie pierwszy po-
 miar: $x+1=2y-2$.

Gdyby zaś Muś Oślicy dał 1 baryłkę,
 ciężar iey byłby: $y+1$, a Muśowi został-
 by: $x-1$, a że na ten czas ciężary Muśa
 i Oślicy zrownałyby się, więc drugi pomiar:
 $x-1=y+1$.

Cenę z pierwszego: $x=2y-3$, zakła-
 dając w drugim, będzie: $2y-3-1=y$
 $+1$.

Czyli dodając iednoznaczne, będzie: $2y$
 $-4=y+1$.

Przenosząc niewiadome do niewiadomych,
 i przeciwnie, będzie: $2y-y=4+1$.

Odciągając, i dodając, będzie: $y=5$.

A ieżeli $y=5$, toć $x=2y-3=2\times 5$
 $-3=10-3=7$.

Muś więc 7, a Oślica 5 baryłek wino
 dzwigały. Doświadczenie. Jeśli Muś z 7
 bary-

baryłek da 1 Oślicy, będzie: $6=6$, jeżeli
zaś Oślica Mułowi, będzie $4: 8=1: 2$.
C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Przez Składanie. Weź cenę z pierwsze-
go pomiaru tę, co pierwey $x=2y-3$, z
drugiego zaś: $x=y+2$, a obydwie w ieden
pomiar złożywszy, będzie: $2y-3=y+2$
czyli przeniosszy: $2y-y=2+3$, czyli:
 $y=5$, iak wyżej.

ZAGADNIENIE VII.

Włodarz, albo Gumienny, ktoremu Pan
zlecił sprzedaż zboża, rachunkow Panu
nie zdawszy, umarł. Pan chcący zasięgnąć
wiadomości, po siłaż ktore zboże sprzedawał,
pyta oto żony iego. Lecz ta nic o tym nie
wie, tylko, że widziała za powrotem z targu
trzy razy męża rachuiącego pieniądze, i gdy
rzecze, pierwszą razą rachował, za 8. korcy
ięczmienia, a za 2 korce żyta zprzedanego,
narachował Tynfow 42. Drugą razą za 7
korcy ięczmienia, a 1 pszenicy narachował
Tynfow 36. Trzecią razą za 4 korce żyta,
a 5 pszenicy narachował Tynfow 60. Pan
Rachmistrzowi swemu każe, aby dochodził,
po wiele korzec ięczmienia, a po wiele żyta i
pszenicy zprzedany?



R E Z O L U C Y A I.

Przez założenie. Cena niewiadoma ię-
czmienia $=x$, żyta $=y$, pszenicy $=z$.
Z troiakiego warunku te trzy wypadają po-
miary, pierwszy: $8x + 2y = 42$.

Drugi: $7x + z = 36$.

Trzeci: $4y + 5z = 60$.

Cena z pierwszego zredukowanego wprzod
przez 2 na mnieysze terminy, to iest: z te-
go $4x + y = 21$, iest: $y = 21 - 4x$.

Cena z drugiego drugiey niewiadomey,
 $z = 36 - 7x$.

Obydwie te ceny w trzecim pomierze za-
kładając, pierwszą za y , rozmnożoną przez
współczynnik 4, drugą za z , rozmnożoną przez
5, będzie: $84 - 16x + 180 - 35x = 60$.

Dodając, będzie: $264 - 51x = 60$.

Przenosząc i odciągając: $264 - 60 =$
 $51x = 204 = 51x$.

204

Naostatek dzieląc, będzie: $x = \frac{\quad}{51}$

51

$= 4$.

A iezeli $x = 4$, toć $y = 21 - 4x = 21$
 $- 16 = 5$, toć $z = 36 - 7x = 36 - 28 = 8$.

8. Doświadczenie. Wszakże nayprzod: 8
korcy ięczmienia i 2 żyta rozmnożywszy przez
ceny dopiero znalezione, to iest: $8 \times 4 + 2 \times 5$
 $= 32 + 10 = 42$. Powtore: 7 korcy ię-
czmienia a 1 pszenicy, to iest: $7 \times 4 + 1 \times 8$
 $= 28 + 8 = 36$. Potrzenie: 4 korce żyta

i 5



i 5 pszenicy rozmnożone przez tę cenę, czyli: $4 \times 5 + 5 \times 8 = 20 + 40 = 60$. C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Przez składanie. Weź cenę tę samą, co wyżej z pierwszego pomiaru $y = 21 - 4x$, a drugą cenę teyże niewiadomey z trzeciego pomiaru $y = \frac{60 - 5z}{4}$, i złoś ic w ten nowy

4
pomiar: $\frac{60 - 5z}{4} = 21 - 4x$, w którym

4
zgubiwszy frakcyą, weź znowu cenę niewiadomey z , będzie nayprzod: $60 - 5z = 84 - 16x$, czyli: $16x + 60 - 84 = 5z$, czyli: $16x - 24 = 5z$, potym: $z = \frac{16x - 24}{5}$, a

5
drugą teyże niewiadomey cenę wzięwszy w drugim pomierze $z = 36 - 7x$, złoś ic w ten
16x - 24
nowy: $36 - 7x = \frac{16x - 24}{5}$, gdzie zgubi-

5
wszy frakcyą, będzie: $180 - 35x = 16x - 24$. Przenioſszy zaś, będzie: $180 + 24 = 16x + 35x$, czyli: $204 = 51x$. Nakoniec

204
podzieliwszy, będzie: $x = \frac{204}{51} = 4$, tak,

iako i pierwey.

ZA-

ZAGADNIENIE VIII.

MA kto konia wartuiącego Czerwonych Złotych 90, i rządzik do niego dwoia-ki, ieden przedni, a drugi podlejszy, kto-rego cena niewiadoma; to tylko wie Pan te-go konia, że koń iego wraz z rządzikiem po-dlejszym taxowany ceną we dwoie większą, za cenę rządzika przedniego, przeciwnie: koń tenże wraz z przednim rządzikiem taxowany ceną we troie większą, za cenę podlejszego rzą-dzika. Pytam, iakiey ceny ieden i drugi rządzik?

R E Z O L U C Y A I.

Przez założenie. Cena podlejszego rzą-dzika $=x$, przedniego $=y$, konia cena Czerwonych Złotych $90=a$. Podług pier-wszego warunku, cena podlejszego rządzika z ceną konia, większa we dwoie nad cenę rzą-dzika przedniego, będą więc tamte dwie tey trzeciej rozmnożoney przez 2 równe, a ztąd pierwszy pomiar: $x+a=2y$.

Podług drugiego warunku, ponieważ ce-na przedniego rządzika z ceną konia we troie większa od ceny rządzika podlejszego, więc tę cenę przez 3 rozmnożywszy, będzie tam-tym obydwom równa, a zatym drugi wypa-dnie pomiar: $y+a=3x$.

W tym pomierze wziąwszy niewiadomey y, cenę, będzie: $y=3x-a$, a tę założywszy

K

w pier-



w pierwszym pomierze rozmnożoną przez 2,
będzie: $6x - 2a = x + a$, czyli przeniosszy
 $6x - x = a + 2a$, czyli: $5x = 3a$, czyli po-

dzieliwszy: $x = \frac{3a}{5}$.

Obrociwszy litery na liczby, będzie: $x =$
 $\frac{270}{5} = 54$.

Kiedy zaś $x = 54$, toć $y = 3x - a =$
 $3 \times 54 - 90 = 162 - 90 = 72$. A zatym ce-
na rządzika podleyszego $= 54$ Czerwonych
Złotych, przedniego $= 72$. Doświadczenie.
Albowiem rządzik podleyszy z koniem wraz
wzięty, wartuiąc $54 + 90 = 144$, ceny we
dwoie jest większy, niż rządzik przedni war-
tuiący 72; potym rządzik przedni z koniem
wartuiąc $72 + 90 = 162$, we troie ceny wię-
kszy jest, niż rządzik podleyszy wartuiący
Czerwonych Złotych 54. C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Przez składanie. Weź cenę niewiado-
mey x w pierwszym pomierze, będzie: $x =$
 $y + a$

—, potym w drugim, będzie: $x = zy$

$\frac{3}{-}a$, te ceny złoż w ieden pomiar, będzie:
 $y + a$

$$y + a$$

— = $2y - a$. Gubiąc zaś frakcyą, bę-

³
dzie: $y + a = 6y - 3a$.

Przenosząc, będzie: $a + 3a = 6y - y$,

czyli: ~~$3a = 5y$~~ .

Dzieląc na koniec, będzie: $y = \frac{3a}{5}$,

czyli: $\frac{270}{5} = 54$ iak wyżej.

ZAGADNIENIE IX.

Szlachcic umierając, i Zonę w ciąży zostawu-
jąc, taki czyni Testament, aby Zona iego,
ieżeli by porodziła corkę, z summy 30,000

sama wzięła $\frac{2}{3}$ części, a Corce zostawiła

$\frac{1}{3}$; ieżeli by zaś powiła Syna, aby $\frac{1}{3}$ — część
teyże summy sobie wzięła, a resztę, to

ieść: $\frac{2}{3}$ — oddała Synowi. W tym umiera Szla-

chcic, a pozostali Wdowie rodzą się bliźnię-
ta, Syn i Corka. Pytam, iakie im i Matce
ich części owey summy podług Testamentu
należą?



R E Z O L U C Y A.

Przez założenie. Niewiadome tu są ilości, pierwsza część summy Matce należącej, którą nazywam x , i części bliźniętom przypadające, z których jedną dla Corki nazywam y , drugą dla Syna z , a całą zostawioną summę 30,000 nazywam a . Ponieważ najprzód części razem wzięte należące Matce, Corce i Synowi całej summy wyrownać powinny, więc pierwszy pomiar wypada: $x + y + z = a$.

Powtore: ponieważ według warunków Zagadnienia Matka powiwszy Corkę, bierze

$\frac{2}{3}$, a Corka $\frac{1}{3}$, więc byłyby równe części,

gdyby albo Matka brała tyle, ile Corka,

to jest: $\frac{1}{3}$, albo Corka tyle, ile Matka,

to jest: $\frac{2}{3}$; a zatem drugi pomiar będzie,

albo: $\frac{x}{3} = y$, albo: $\frac{2x}{3} = 2y$. Co na ie-

dno wyniesie. Niech więc będzie drugi po-

miar: $\frac{x}{3} = y$.

Potrzenie: ponieważ owa Matka porodzi-

wszy Syna, bierze $\frac{1}{3}$, a Syn $\frac{2}{3}$, byłyby

także równe części, gdyby albo Matka we dwoie więcej wzięła niż bierze, albo Syn we dwoie mniej, niż mu się Testamentem należy, a zatym trzeci pomiar może być, al-

bo $2x \div z$ albo $x = \frac{x}{2}$. Niech będzie: $\frac{x}{2}$

$$2x = z.$$

Chcąc już te pomiary zredukować, weź ceny niewiadomych ilkości y i z, pierwszą w drugim, a drugą w trzecim pomiarze (które tu obydwie są gotowe) i załóż ie za też same niewiadome w pierwszym, będzie: $x +$

$$\frac{x}{2} + 2x = a.$$

3

Gubiąc frakcyą, będzie: $3x + x + 6x = 3a.$

Dodając, będzie: $10x = 3a.$

Dzieląc na koniec: $x = \frac{3a}{10}.$

Obracając litery na liczby: $x = \frac{3 \times 30,000}{10}$

$$= 90,000.$$

10

Czyli

Czyli $x = 9,000$. Część tedy Matce podług Testamentu należyta jest: 9,000. A

że Syn miał brać $\frac{2}{3}$, gdy Matka bierze

$\frac{1}{3}$, więc wedwoic więcej bierze, niż Ma-

tką, a zatem bierze 18,000. Córka zaś,

że brać miała $\frac{1}{3}$, gdy Matka bierze $\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$, więc bierze trzecią część czyli 3,000.

Części te razem zniofszy, będzie $9,000 + 18,000 + 3,000 = 30,000$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE X.

PEwny z Kupcow Warszawskich chcąc sobie Dworek na Przedmieściu wymurować, sprowadził, ile trzeba było kamieni, wapna i piasku. Potym odmieniwszy zamiół swoy, wszystkie te przygotowane materyały zprzedał trzem innym Kupcom A. B. C.

Za 2 wozy kamieni	} płaci Zł. 34.
A. Za 3 wozy wapna	
Za 7 wozow piasku	

Za

Za 3 wozy kamieni }
 B. Za 4 wozy wapna } płaci Zł. 46.
 Za 12 wozow piasku }

Za 4 wozy kamieni }
 C. Za 1 woz wapna } płaci Zł. 42.
 Za 13 wozow piasku }

Pytam, za jaką cenę woz każdego z tych
 materyałow, zprzedany ?

R E Z O L U C Y A.

Przez dodanie, odciagnienie i założenie. Niech będzie cena kamieni $=a$, cena wapna $=b$, cena piasku $=c$, (zakładają się bowiem czasem i za niewiadome ilkości początkowe abecadła litery.) Wypadną z warunkow Zagadnienia te trzy pomiary:

$$A. 2a + 3b + 7c = 34.$$

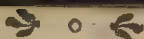
$$B. 3a + 4b + 12c = 46.$$

$$C. 4a + b + 13c = 42.$$

I. Doday pomiary A i C, będzie summa: $6a + 4b + 20c = 76$.

A od tey summy odciagnij pomiar B.
 zostanie reszta: $3a + 8c = 30$.

W tym pomierze weź cenę a , będzie: $a =$
 $30 - 8c$



II. Tę cenę zakładay w pomierze A,
mnożąc przez współczynnika będzie: $60 \rightarrow 16c$

3

$$+3b + 7c = 34.$$

Gubiąc frakcyą, będzie: $60 - 16c + 9b + 21c = 102.$

A tu biorąc cenę b, będzie: $9b + 5c = 42.$

Czyli przenosząc c, i dzieląc: $b = \frac{42 - 5c}{3}.$

9

III. Mając już cenę wynalezioną wyżej a, tu zaś b, załóż obydwie w trzecim pomierze C, za też same ilkości, będzie no-

wy pomiar: $\frac{120 - 32c}{3} + \frac{42 - 5c}{9} +$

$$13c = 42.$$

Gubiąc frakcyą pierwszą: $120 - 32c + 126 - 15c + 39c = 126.$

9

Gubiąc drugą, będzie: $1080 - 238c + 126 - 15c + 351c = 1134.$

Przenosząc i redukując: $48c = 72.$

Czyli: $c = \frac{72}{48} = 1 + \frac{1}{2}.$

IV.

IV. Tę cenę $c = \frac{1}{2}$, czyli: —

$\frac{72}{48} = \frac{3}{2}$ czyli — w pomierze a (pod liczbą
I.) załóż za tęż ilkość c, mnożąc przez — 8

obrocone na frakcyą: — i zachowując

Przepis na znaki w mnożeniu: że $\frac{30}{30} \times \frac{8c}{12} =$

$\frac{1}{2}$ będzie: $a = \frac{30}{30} \times \frac{8c}{12} =$

$\frac{1}{2} = 14$, i ta jest: cena kamieni zapytana. Za-

łóż tę samą cenę c, to jest: $\frac{3}{2}$ w po-

mierze b (pod l. II.) rozmnożoną przez — 5, zachowując i tu Przepis na znaki, będzie:

$$42 \times \frac{3}{2} = 42 \times \frac{15}{2}$$

$$b = \frac{9}{9}$$

$$42 \div 7 = 6 \quad 49 \div 7 = 7$$

—, czyli, (zre-

dukowawszy całkowitą liczbę do przyległej

fra-



$$\text{frakcyi) } b = \frac{99}{2} = \frac{1 \times 99}{9 \times 2} = \frac{99}{18}$$

$$\frac{1}{9}$$

$= 5 + \frac{1}{2}$. Masz tedy wszystkich trzech
niewiadomych ilkoſci wynalezione ceny, to

ieſt: $a = 14$ cena wozu kamieni, $b = 5 + \frac{1}{2}$

cena wozu wapna, $c = 1 + \frac{1}{2}$ cena wo-
zu piasku. Doſwiadczenie: A. płać za 2
wozy kamieni, zapłacił Złoty 28:

Za 3 wozy wapna zapłacił Zł. $16 + \frac{1}{2}$

Za 7 wozow piasku $10 + \frac{1}{2}$

Co wynieſćby powinno Złoty 55. Ale
że cena piasku ieſt odciażna, czyli wyraża-
ca, iż który brał piasek, nie tylko nic zań
nie płacił, lecz sam ieſzcze od wywozu brał,
czyli raczy od umowionej innych materya-
łow ceny odtrącał za każdy woz piasku wy-

wiezonego Złoty $1 + \frac{1}{2}$, odtrąciwszy więc



za 7 wozow Złotych $10 + \frac{1}{2}$ od summy

za inne materyały należącey nie zapłacił tyl-
ko Złotych 34

B. Za 3 wozy kamieni zapłacił Zł. 42

Za 4 wozy wapna zapłacił Zł. 22

Za 12 wozow piasku odtrącił tak-

że $Zł. - 18$

Zapłacił więc ogulnie - - Zł. 46

C. Za 4 wozy kamieni zapłacił
Zł. 36

Za 1 woz wapna zapłacił,

Zł. $5 + \frac{1}{2}$

Za 13 wozow piasku odtrącił

Zł. $- 19 + \frac{1}{2}$

Zapłacił więc ogulnie Zł. 42.

C. B. D. R.



Z A D A N I E IV.

Ktore są potrzebne wiadomości do rezolwowania Zagadnień o przymieszkach kruszców, i sposoby rezolwowania onychże ?

W Przymieszkach kruszców iednych do drugich dwoiaki zachodzi przypadek, gdyż albo się dowiedzieć chce, dający co do robienia Rzemieślnikowi, ile on części z-dwoch lub kilku kruszców wziąć i zmieszać razem powinien, żeby przymieszka ta była proporcjonalna cenie tak kruszców zmieszanych, iako i średniey, o którą staie z Rzemieślnikiem umowa, albo też idzie o doświadczenie rzeczy iuż od Rzemieślnika zrobioney, czy z samego tego kruszczu, który dany iest do roboty, albo od dającego stargowany i u Rzemieślnika, to iest Złotnika lub Konwisarza zamowiony, zrobiona, albo czy nie ma przymieszki iakiego podlejszego. W pierwszym przypadku przymieszka bywa sprawiedliwa, gdy się czyni podług umowy, ale umieć trzeba doświadczać, czy podług umowy uczyniona; w drudim zaś arcynieślusna i niegodziwa, a tymczasem od Rzemieślnikow zwłaszcza Żydow pospolicie praktykowana, gdy do złota danego srebro i miedź, do srebra miedź i mosiądz, do cyny ołów podług upodobania swego z wielkim pokrzywdzeniem dających mieszaia, a ci przymieszek takich doświadczać i dochodzić nie umieia. Umieiętność
zatem,

zatem ta równie interesować powinna tak dających do roboty kruszce, iako i samych pocziwych Rzemieślników; tamtych, żeby uszczerbku własności swojej przez szalbierstwo i kradzież żydowską nie ponosili, tych zaś, żeby o rzetelnosci i dobrym sumnieniu swoim podeyrzliwych i napasnych ludzi przeświadczeni. W obydwóch zaś tych przypadkach wiadomość nappierwey potrzebna jest 1. o wagach różnych kruszczow. 2. O cenie tychże kruszczow. 3. O różnych gatunkach przymieszek i stracie części kruszczow w robocie.

I. Co się tycze wag, te inne są Kupieckie, inne Probiefskie, a inne Rzemieślnicze. 1. Kupcy rzeczy swoje ważą funtami, funt dzieli się u nich na 16 uncyi, uncya na 2 łoty, łot na 4 drachmy, drachma na 3 skrupuły, skrupuły na 24 granow. 2. Probierze, Mennicznicy zwłaszcza, którzy daleko są doskonalsi od innych to imię przywłaszczających, w całej prawie Europie, a zatem i w Polsce, używają do wag grzywien Kolońskich. Grzywna ta dzieli się na łotow 16, czyli uncyi 8, łot na 4 drachmy, drachma na 4 denary, czyli pieniążki (po Niemiecku pfennig) denar na 4 hallerze (heller,) a zatem grzywna Kolońska ma w sobie łotow 16, drachm 64, pieniążkow 256, hallerzow 512. Taż grzywna, osobliwie w doświadczeniu monet, od Probiezow dzielona bywa na 65,536 części po Niemiecku *Richtpfennig* zwanych, albo na 4864
essow

effów Hollenderskich, albo na koniec na 4352
effów Niemieckich. Effów Hollenderskich 72

I

40

+ — przeszło, czyli: + — (ale te czę-

2

67

ści w doświadczaniu tylko złota, a nie w uży-
waniu rachować się zwykły,) a Niemieckich
64 zawiera w sobie Czerwony Złoty i Hol-
lenderki i Polski, które między sobą są ro-
wnoważne. W Mennicy Warszawskiej od Pro-
bierza generalnego Monet Rzeczypospolitey
Jmci Pana Jerzego Antoniego Schrödera
używane bywają effy Hollenderskie, z któ-
rych iednego w Czerwonym Złotym nie-
ważącym do 72 effów brak, czyni na-
nim defalki grosz Srebrny 1. 3. Rzemieślni-
cy nasi, to jest: Złotnicy, złoto i inne kru-
szce ważą funtami, funt dzielą na 2 grzy-
wny, grzywnę na 16 łotów, łot na 4 ćwier-
ci, ćwierć na 18 effów.

II. Co się tycze ceny kruszców, zło-
ta *nayprzod* czystego *fein-gold*, podług za-
świadczenia wzmiankowanego Probierza, grzy-
wna Kolońska, na Czerwone Złote Hollender-
skie i Polskie bita, wartuie Czerwonych Zło-

20

tych 68+ —. Tegoż złota w bryle na pie-

47

niądze nie bitey wartuie tylko Czer. Zł. 63+

I

—, przyczyna tego, że złoto bite od nie bitego

3

droższe iest, iż w bitym rachuią się Menniczne wydatki. Pospolita zaś, czyli Złotnicza grzywna złota czystego, będąc mnieyszą od Kolońskiej, niewartuie tylko Czerwonych Złotych 56. *Powtore:* srebra czystego (fein-silber) grzywna Kolońska w Zagranicznych Mennicach bita na Monetę wartuie Czerwonych

1

Złotych 4+ —, czyli Złotych Polskich 81,

2

ale w Mennicy Warszawskiej taż grzywna srebra czystego idzie na Złotych 80 spełna. W bryle zaś na Monetę nie bitey wartuie, i w Mennicy naszej płacona bywa po Złotych 78, odtrącając Złotych 2 na Menniczne wydatki, to iest: na robotnika, naczynia, węgle i t. d. Grzywna zaś srebra czystego pospolita czyli Złotnicza kosztuie Czerwonych Złotych 4 spełna. *Potrzecie:* Cena cyny iako i ołowiu różna bywa. Pospolicie iednak funt cyny Angielskiej czyli czystey bez przy-

1

mieszki ołowiu, kosztuie Złotych 2+ —

2

albo 3, a funt ołowiu 12 albo 15 groszy. *Poczwarte* miedzi cetnar 120 funtow Kolońskich zaważający, nie bity na Monetę miedzianą z Węgier do Warszawy przywieziony, rachuiąc razem wydatki przewozu, kosztuie Czerwonych Złotych 13, a zatym funt i miedzi nie bitey kosztuie blisko 2 Złotych, to

iest:

ieść: Złoty 1 i groszy 28+^I —. Ale że do

²
Mennicy Warszawskiej z Węgier miedź przy-
stawiana bywa już bita, i tylko nie ścieplowa-
na, więc cetnar drożey płacony bywa, to
ieść: po Czerwonych Złotych 15. Tenże sam
cetnar miedzi na Monetę bity i ścieplowany w
groszach potroynych, pojedynczych, i poł-
groszowkach, wynosi Złotych Polskich 480

²
czyli Czerwonych Złotych 26+ — dla wy-

³
datkow Mennicznych. Za pospolity zaś funt
miedzi w Warszawie płaci się Złoty 1+—

^I
—, mniej, więcej.

²

III. Co się tycze różnych gatunkow
przymieszek, *nayprzod* w Mennicznych ro-
botach, czyli w biciu pieniędzy, do złota mie-
sza się zawsze srebro i miedź razem, albo sre-
bro nieczyste czyli podleysze, do srebra zaś
miedź tylko, a ta przymieszka bywa podług
różności próby w Monecie bitey. Trzeba al-
bowiem wiedzieć, że i złoto i srebro ma swo-
ie stopnie czystości, które u nas probami się
zowią. Grzywna złota ma w sobie 24 kara-
tow, czyli stopniow czystości, a zatym może
być pierwszey, drugiey i t. d. aż do 24 pró-
by, karat ieden zainyka w sobie 12 granow,
więc mnożąc 24 przez 12, grzywna złota
czy-

czystego wyniesie granow 288. W Czerwonych Złotych Hollenderskich i Polskich 67, grzywna złota jest próby 23 z 6 granami, czyli ma w sobie czystego złota karatow 23+

—, a resztę, to jest: — karata, czyli gra-

now 6 srebra z miedzią, dla tego na grzywnę

czystego złota trzeba 68+ —. Srebra zaś

grzywna 16 ma prob czyli stopniow swej

czystości, a zatym może być pierwszey, drugiey

aż do 16 próby. Prob tych różność i liczbę

czynią łoty srebra czystego w grzywnie znay-

dujące się, i tak srebro, w ktorego grzywnie

jest 16 łotow srebra, jest czyste *fein-silber*

nazwane, w ktorego zaś grzywnie jest 15,

albo 14, albo 13 i t. d. łotow srebra czyste-

go, a reszta do 16 łotow, to jest, albo 1,

albo 2, albo 3, i t. d. miedzi, jest 15, 14,

13 albo niższej ieszcze próby, każdy zaś łot

srebra zawiera w sobie 18 granow. Mnożąc

więc 16 łotow przez 18 granow, grzywna

srebra czystego wyniesie 288 granow tak iak

grzywna złota. Monety srebrne Polskie róż-

ney są próby, podług różney przymieszki

miedzi do srebra. Talery i pół-Talery są

próby 13 z 6 granami, dwozłotowki są

próby 10, złotowki 8 z 12 granami, pół-

złotowki 7mej, grosze srebrne 5 z 12 gra-

nam, to jest: wzięwszy pierwszey Monety



tyle, ile zaważy grzywna Kolońska, będzie w niej 13 łotow z 6 granami srebra czystego, reszta czyli łotow z i granow 12 miedzi, wzięwszy drugiey monety tyle także, ile zaważy grzywna Kolońska, będzie w niej 10 łotow srebra czystego, reszta miedzi, i t. d.

Z tym wszystkim iako na 10 Talerow bitych wartujących po Złoty 8, białe się cała grzywna Kolońska wartująca Złoty 80, tak i na 20 pół-Talerow, i na 40 dwozłotówek, i na 80 złotych, i na 160 pół-złotówek, i na 320 srebrnych groszy cała tegoż srebra grzywna wychodzi, iako liczby na tych gatunkach pieniędzy wyrażone wskazują, a Probiez wzmiankowany upewnia. Przymieszka zatym miedzi do srebra, różność próby między temi monetami stanowiąc, sprawuje oraz większą wagę, w 10 np. Talerach bitych, niż w grzywnie czystego srebra, a w 40 dwozłotówkach, większą niż w teyże grzywnie i w 10 Talerach bitych, i t. d., lecz srebra ani w tey, ani w innney Monecie z grzywny całej nic nie uymie, a zatym kto ma 80 Złoty w iakieykolwiek srebrney monecie, Polkiey, ma w niej srebra czystego grzywnę całą, czyli: łotow 16; nieczystego zaś więcej iak grzywnę całą, a ta większość różna jest podług różności próby srebra, czyli przymieszki miedzi do srebra w teyże monecie. Masz widoczny tego wizerunek w Tabliczce niżej położoney, gdzie kolumny liczb okazują:

Pier-

Pierwsza: ile sztuk kaźdey monety srebney zaważa i grzywna Kolońska. *Druga*: iakiey ta grzywna proby, czyli: ile w niey łotow czyścigo srebra. *Trzecia*: ile z grzywny ie-dney srebra czyścigo biie się sztuk kaźdey monety. *Czwarta*: iaki walor iedney sztuki, *Piąta*: iaki walor wszystkich tych sztuk.

I. II. III. IV. V.

Wgrzywnie nie- Proba. Grzywna czysta Złote. Sum. Zł.
czystey sztuki. w sztukach.

„Talerow
„bitych:

I. II. III. IV. V.

I
8+ —. 13 gran 6. 10. 8. 80.
3

„Poł - Tale-
„row :

I. II. III IV. V.

2
16+ —. 13 gran 6. 20. 4. 80.
3



„Dwozłoto
„wek :

I.	II.	III	IV.	V.
25.	10.	40.	2.	80.

„Złotowek :

I.	II.	III	IV.	V.
$43\frac{1}{3}$	8 gran 12.	80.	1.	80.

„Poł - Złotkow :

I.	II.	III	IV.	V.
70.	7.	160.	$\frac{1}{2}$	80.

„Srebrnych
„Groszy :

I.	II.	III	IV.	V.
$117\frac{7}{9}$	5 gran 16.	320.	$\frac{1}{4}$	80.

Powtore : Złotnicy w robotach swoich do złota samę miedź pospolicie mieszaia, gdyż ta lustru złota nie psuie, lubo mieszaia czasem i srebro same, albo z miedzią zmieszane,

choć

choć srebro bład kolor złotu daie. Do srebra także miedź samę mieszaia, acz Żydzi szalbierstwem w Polsce żyiaący nayczęściej mofiądz mieszać z srebrem zwykli, dla tego, że mofiądz zmieszany z srebrem, srebra lustru nie psuie, ani odmienia, owszem na kamieniu Probierskim i kolor i probę tęż samę, która była w srebrze danym, okazuie, w czym niezmiernie Żydostwo ludzi oszukuie i pokrzywdza. Takich sreber, podług świadectwa Probiierzow i Złotnikow sumiennych, w Polsce naywięcej. Dowodem tego iest moneta srebrna Polska w dwozłotowkach i złotowkach z Częstochowskich sreber, mających przymieszkę mofiądzu, bita w Roku 1766, która w dwozłotowkach zdaie się być próby 11, a nie iest tylko 10, w złotowkach zaś zdaie się być próby 10, a nie iest tylko 8 z 12 gran, a zatym nie może być żadną miarą lepszego gatunku ta moneta, iako się zdaie niewiadomym, od monety później bitey.

Potrzenie: Cyny gatunek umieia polepszać konwisarze przydatkiem różnych kruszczow im wiadomych. Ale częściej pogorszaia, Żydzi zwłaszcza przymieszką ołowiu. Cyna Angielska dla tego przednieysza bywa i droższa, że czysta i bez przymieszki iest ołowiu, koronną się zaś zowie, i bywa tym podleysza, im więcej ma w sobie ołowiu.

Na koniec, co się tycze straty czyli defalki kruszczow w robocie, utyskuia wprawdzie Złotnicy i narzekaią, na wielkość tey straty,



straty, twierdząc, że 5 i 6 czasem od sta grzywien srebra, a 1 i 2 grzywien od sta złota w ogniu, w wodzie, w ręku, w naczyniach i Bog wie, gdzie ginie, lecz przeważać te narzekania zdaie mi się zaświadczenie, mniej w tym interessie, a więcej praktyki i oświecenia mającego Jmć P. Schrödera Probierza i Dozorcy Mennicznego, który zaręcza, że złota i srebra czystego tak w biciu pieniędzy, iako i w innych robotach nie więcej ubywa, chyba przez ostatecznie niedbalstwo albo kradzież

I

Rzemieślnika, iak — od 100, to iest: poł

2

grzywny np. od sta grzywien.

Co do cyny i miedzi, tey strata w robocie różna, podług różnych stopniow czystości w tych kruszczach; może być strata iednego funta aż do 10 na stu. Te mając wiadomości, przyśtąpmy już do Rezolucyi Zagadnień, *nayprzod*: o przymieszkach kruszczow, *ponownie*: o doświadczeniu robot Mennicznych, a osobliwie Złotniczych z Konwisarskimi. A *nayprzod*: co należy do kruszczow przymieszek, względem tych, te tylko Zagadnienia są określone, i na tym mieyscu rezolwować się mogące, ktore dwa tylko kruszcze np. złoto z srebrem, albo złoto z miedzią, lub srebro z miedzią i t. d. w sobie zawierają, bo gdy zawierają kilku razem osobno danych kruszczow przymieszki, należą do liczby Zagadnień

nie

nie określonych, o których w ostatnim Rozdziale.

ZAGADNIENIA

O przymieszkach kruszców danych do roboty.

ZAGADNIENIE I.

O Przymieszce srebra do złota. Chce kto, aby mu Złotnik z złota, którego grzywna pospolita wartuje Czerwonych Złotych 54, i z srebra, którego także grzywna wartuje Czerwonych Złotych 4, zrobić rzecz iaką, np. Kielich, Patenę, tacę i t. d., 5 grzywien ważącą, z warunkiem, ażeby grzywna w robocie, nie wartowała, tylko Czerwonych Złotych 45. Pytam, ile Złotnik złota i srebra założoney ceny zmieszać powinien, aby podług warunku dzieło wystawił?

REZOLUCYA.

Przez założenie (wolno zażyć w tej i w następujących rezolucyach cen składania opisanego w Sposob II. fol. 124.) Niewiadome grzywny złota $=x$, srebra $=y$. Ponieważ rzecz lub rzeczy zrobione mają ważyć grzywien 5, będzie podług pierwszego warunku, pierwszy pomiar: $x+y=5$, czyli: $y=5-x$.



Ponieważ zaś niewiadome owe grzywny złota i srebra rozmnożone przez cenę swoją wyrównać powinny, podług drugiego warunku grzywnom, które robota ma zaważyć rozmnożonym przez cenę średnią umowioną (co się i w następujących Zagadnieniach zachować powinno) będzie zatym drugi pomiar: $54x + 4y = 5 \times 45 = 225$.

Zakładając zaś cenę y za $4y$, będzie: $54x + 20 - 4x = 225$.

Czyli odciągając, i przenosząc: $50x = 205$.

Na koniec dzieląc, będzie: $x = \frac{205}{50}$

$= 4 + \frac{5}{50}$ czyli; $\frac{1}{10}$ x więc, czyli złota

grzywien $4 + \frac{1}{10}$, toć srebra $y = 5 - x =$

$5 - 4 - \frac{1}{10} = 1 - \frac{1}{10}$ czyli obrociwszy

1 na frakcyę iednego Mianownika, będzie: $\frac{10}{10}$

$\frac{1}{10} = \frac{9}{10}$. Doświadczenie. Nayprzod

bowiem $4\frac{1}{10} + \frac{9}{10} = 5$. Potym

grzywny złota znalezione z przymieszką, srebra odkrytego rozmnożone przez ceny swoje wyrownąć powinny 5 grzywnom rozmnożonym przez cenę średnią umowioną, a że $4\frac{1}{10}$

$$\frac{1}{10} \times 54 = 216 + \frac{54}{10} = 216 + 5 + \frac{4}{10}$$

$$= 221 + \frac{4}{10}, \text{ tudzież } \frac{9}{10} \times 4 = \frac{36}{10}$$

$$= 3 + \frac{6}{10}, \text{ czyli dodawszy } 221 + 3 + \frac{6}{10}$$

$$\frac{4 + 6}{10} = 225. \text{ Więc dobrze rezolwowało}$$

się. C. B. D. R.

Przeſtroga. Ile razy ceny oſtatnie nie-
wiadomych x i y z frakcyami grzywien po-
spolitych wypadną, obracają ſię na mnieysze
wag gatunki, to ieſt: na ſoty, ćwierci, i eſſy
pospolite, tak w poprzedzającym przykła-
dzie

$$x \text{ czyli grzywny pospolite złota } = 4\frac{1}{10}$$

$$\text{czyli obracając } \frac{1}{10} \text{ na ſoty będzie: } \frac{16}{10}, \text{ to}$$

ieſt,

6 6
 jest, łot 1+ — — łota, a — na ćwierci, bę-

10 10
 dzie: $\frac{24}{10}$, to jest: ćwierci 2+ $\frac{4}{10}$, a $\frac{4}{10}$

72
 na effy, będzie: —, to jest: 7 przeszło es-
 sow pospolitych. Podobnym sposobem redu-

9
 kując y, czyli części srebra = $\frac{9}{10}$, będzie:

144
 y = — — iedney grzywny czyli łotow 14+ —
 10

4 16
 — czyli obracając na ćwierci będzie $\frac{16}{10}$,
 10

6
 to jest: i ćwierć 1+ —, czyli obracając
 10

108
 na effy, będzie: —, to jest: i effow prze-
 10

szo 10. Lecz gdy wzmiankowane ceny są
 z frakcyami grzywien Kolońskich, reduko-
 wać się powinny na łoty, drachmy, denary i
 hallerze, albo na effy Hollenderskie, iako się
 namieniło pod Zadaniem 4 w punkcie I.

ZAGADNIENIE II.

O Teyże przymieszce. Każe sobie kto robić, 10 np. kubkow Złotych z złota czy-
 śtego, którego grzywna Kolońska nie bita,

kosztuie Czerwonych Złotych $63 + \frac{1}{3}$, czy-

li, Złotych Polskich 1140, i srebra czyśtego,
 którego grzywna Kolońska nie bita kosztuie
 Złotych 78, z tym warunkiem, żeby każdy
 kubek i grzywnę zaważał, a grzywna ta nie
 wartowała, tylko Czerwonych Złotych 52,
 czyli: Złotych Polskich 936. Pytam, ile tu
 złota, a ile srebra założoney ceny przymie-
 szać trzeba.

R E Z O L U C Y A.

Niewiadome grzywny złota $= x$, srebra
 $= y$, pierwszy pomiar: $x + y = 10$, czyli:
 $x = 10 - y$.

Drugi: $1140x + 78y = 10 \times 936 =$
 9360 .

Zakładając cenę x z pierwszego pomiaru
 w drugim za $1140x$, będzie: $11400 - 1140y$
 $+ 78y = 9360$.

Redukując, będzie: $2040 = 1062y$.



$$\text{Na koniec } y = \frac{2040}{1060} = 1 + \frac{978}{1062}$$

$$= 1 + \frac{163}{177}$$

$$\text{Więc } x = 10 - y = 10 - 1 - \frac{163}{177} = 9 - \frac{163}{177} = 8 + \frac{163}{177}$$

$$= 8 + \frac{14}{177}, \text{ to jest: złota być powinno}$$

grzywien 8, łot 1, drachma przeszło 1, srebra zaś grzywna 1, łotow 14, drachm przeszło 2. Doświadczenie. Albowiem 1. 8

$$14 + 163 = 177$$

$$14 \times 1140 = 15960 = 9120 + 6840 = 9120 + 177 \times 30$$

$$+ 90 + 177 = 9210 + 177$$

$$163 \times 78 = 12714 = 78 + 12636 = 78 + 177 \times 71$$



147 147
 $71 + \text{---} = 149 + \text{---}$. A że 9210
 177 177
 $30 + 147$
 $+ 149 + \text{---} = 9360$, więc dobrze
 177
 się rezolwowało. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE III.

O Przymieszce miedzi do złota. Każe kto
 Złotnikowi robić naczynia złote, 12
 grzywien Kolońskich ważyć mające z złota
 nieczystego, którego grzywna Kolońska war-
 tuie Czerwonych Złotych 60 z przymieszką
 miedzi, ktorey grzywna wartuie złoty 1,

czyli: — Czerwonych Złotych, z warun-

18

kiem, aby w robocie grzywna złota zmiesza-
 nego z miedzią nie wartowała tylko Czerwo-
 nych Złotych 54. Pytam, ile w tej robocie
 miedzi do srebra przymieszać należy?

REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny złota $= x$, mie-
 dzi $= y$, pierwszy pomiar: $x + y = 12$,
 czyli: $y = 12 - x$.

Drugi: $60x + \text{---} = 12 \times 54 = 648$.

18



Gubiąc frakcyą: $1080x + y = 11664$.

Zakładając cenę y : $1080x + 12 = x = 11664$.

Przenosząc i odcinając: $1079x = 11652$.

$11652 : 1079 = 10 + \frac{862}{1079}$

Dzieląc: $x = 10 + \frac{862}{1079}$.

J to jest złoto; więc miedzi: $y = 12 - \frac{862}{1079}$.

$10 - \frac{862}{1079} = 2 - \frac{862}{1079} = 1 + \frac{1079 - 862}{1079}$

$1079 - 862 = 217$

$1 + \frac{217}{1079}$

$1079 - 862 = 217$

$862 + 217$

Doświadczenie I. $10 + 1 + \frac{217}{1079}$

1079

862

$= 12$. 2. $10 + \frac{862}{1079} \times 60 = 600 + \frac{51720}{1079}$

$51720 : 1079 = 47 + \frac{600 + 47 + \frac{647}{1079}}$

$= 600 + 47 + \frac{647}{1079}$

$1079 - 647 = 432$

1007

217

$\times 1$

1

, tudzież $1 + \frac{217}{1079} \times 18 = 18 + \frac{3906}{1079}$

1079

1079

$\times 18$

18

217

$+ \frac{217}{1079} =$ (obrociwszy do jednego Mianownika przez 1079)

19422

$1079 + 217$

1296

$19422 : 1079 = 18 + \frac{19422 - 18 \times 1079}{1079}$

19422

19422

A że

A ze 647 + $\frac{1007}{\text{---}}$ + $\frac{2296}{\text{---}}$ (obroci-

1007

2296

wszy do iednego Mianownika przez 18) =

1079

19422 :

18126+1296. 19422

647+ ————— czyli: ——— = 648.

19422

10422

Więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

Oreyże przymieszce w łożach. Każe kto
Złotnikowi robić obrączki lub pierścienie,
ważyć mające łożow pospolitych 15, z złota,
ktorego łoż kosztuie Złotych Polskich 63, z

przymieszką miedzi, ktorey łot kosztuje —

złotego z warunkiem, żeby 100 w robocie nie
wartował tylko Czerwonych Złotych 3, czyli:
Złotych 54. Pytam, ile tu być powinna
przymieszka miedzi do złota?

R E Z O L U C Y A.

Niewiadome łoty złota $= x$, miedzi $= y$, pierwszy pomiar: $x + y = 15$ czyli: $y = 15 - x$.

Drugi: $63x + \frac{y}{-} = 15 \times 54 = 810.$

Gubiąc frakcyę : $504x + y = 6480$

Za-



Zakładając cenę y $504x + 15 - x =$
6480.

Czyli: $503x = 6465$.

6465 429

Czyli: $x = \frac{\quad}{503} = 12 + \frac{\quad}{503}$.

503 503

429

Więc złota łotów $12 + \frac{\quad}{503}$, toć

503

429

429

miedzi: $y = 15 - 12 + \frac{\quad}{503} = 3 + \frac{\quad}{503}$.

503

503

503 - 429

74

$= 2 + \frac{\quad}{503}$ czyli: $\frac{\quad}{503}$.

503

503

429

Wszakże i. $12 + \frac{\quad}{503} \times 63 = 756$

503

27027

368

$+ \frac{\quad}{503} = 756 + 53 + \frac{\quad}{503} = 809$

503

503

368

74

1

2

$+ \frac{\quad}{503} \cdot 2 \cdot 2 + \frac{\quad}{503} \times \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{8}$

503

503

8

8

74

$+ \frac{\quad}{4024}$ czyli: (obracać do iednego Mia-

4024

1006 + 74

1080

nownika przez 503) $\frac{\quad}{4024} = \frac{\quad}{4024}$.

4024

4024

A że



$$\begin{array}{rcl}
 & 368 & 1080 \\
 \text{A że } 809 + & \text{---} + & \text{---} \text{ czyli (obra-} \\
 & 503 & 4024 \\
 & & 2944 + 1080 \\
 \text{cając do 1 Mian. przez 8) } & \text{---} & \text{czyli :} \\
 & 4024 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 & 4024 & \\
 \text{(dodając) } & \text{---} = & 810, \text{ więc dobrze się} \\
 & 4024 & \\
 \text{rezolwowało. C. B. D. R.} & &
 \end{array}$$

ZAGADNIENIE V.

O Przymieszce miedzi do srebra. Daie kto talerze, półmiski, i inne stołowe naczynia do robienia z srebra czystego, którego grzywna Kolońska nie bita kosztuje Złotych Polskich 78 z przymieszką miedzi, której grzywna kosztuje Złot. 1, a chce, aby te naczynia ważyły grzywien Kolońskich 50, a grzywna każda w robocie nie wartowała tylko Złotych 60. Pytam, ile w takiej przymieszce być powinno srebra, a ile miedzi?

R E Z O L U C Y A.

Grzywny niewiadome srebra $= x$, miedzi $= y$. Pierwszy pomiar: $x + y = 50$, czyli: $y = 50 - x$.

Drugi: $78x + y = 50 \times 60 = 3000$.

Zakładając cenę y : $78x + 50 - x = 3000$.

M

Czy-



$$\begin{array}{r}
 \text{Czyli: } 77x = 2950, \text{ czyli: } x = \frac{2950}{77} \\
 \frac{24}{77} \\
 = 38 + \frac{24}{77} \\
 \text{Więc: } y = 50 - 38 + \frac{24}{77} = 12 + \frac{24}{77} \\
 \frac{77 - 24}{77} = 11 + \frac{53}{77} \text{ . } \text{Wszak-} \\
 \text{że i. } 38 + \frac{24}{77} \times 78 = 2964 + \frac{1872}{77} = \\
 2964 + 24 + \frac{24}{77} = 2988 + \frac{24}{77} \text{ . } 2. 11 + \frac{53}{77} \\
 \times 1 = 11 + \frac{53}{77} \text{ . } \text{A że } 2988 + 11 + \frac{53}{77} \\
 = 3000. \text{ Więc \&c.}
 \end{array}$$

77

ZAGADNIENIE VI.

O Teyże przymieszce. Daie kto słołowe naczynia do robienia z srebra nie bardzo czystego, np. z srebra próby 13 z 6 granami, iakie ieść w Talerach bitych Polskich, ktorego grzywna Kolońska nie bita na Monetę korsztaie Złotyeh Polskich 64 z przymieszką miedzi,

dzi, ktorey grzywna kosztuie Złot. 1. z warunkiem, aby te naczynia ważyły grzywien 30, a grzywna każda 10 żeby była proby, a zatym nie wartowała tylko 50 Złotych. Pytam, ile w tym przypadku przymieszać się ma miedzi do srebra?

R E Z O L U C Y A.

Grzywny niewiadome srebra $=x$, miedzi $=y$. Pierwszy pomiar: $x+y=30$, czyli: $y=30-x$.

Drugi: $64x+y=30 \times 50=1500$.

Zakładając cenę y , $64x+30-x=1500$.

Czyli: $63x=1470$, czyli: $x=\frac{1470}{63}$

$$=23+\frac{21}{63}.$$

Więc: $y=30-23+\frac{21}{63}=\frac{7}{63}$

$=6+\frac{63-21}{63}=\frac{42}{63}$. Wszakże

$$1. \quad 23+\frac{21}{63} \times 64=1472+\frac{1344}{63}$$



$$1472 + \overset{21}{-} 21 + \overset{21}{-} = 1493 + \overset{21}{-} \quad 2. \quad 6 + \overset{63}{-} 63$$

$$\overset{42}{-} \times 1 = 6 + \overset{42}{-} \quad \text{A że } 1493 + \overset{63}{-} 63$$

$$\overset{21}{-} + \overset{42}{-} = 1500. \quad \text{Więc i t. d. Ponieważ}$$

zaś 1 grzywna srebra próby 10 wartuje Złotych 50, a tu jest takich grzywien 30, więc dzieląc 1500 przez 30, wypaść powinna takiej iedney grzywny cena = 50, czyli proba srebra 10. A że $\frac{1500}{30} = 50$, więc i tam da-

ley. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VII.

DAle kto naczynia słołowe do robienia srebra nieczystego np. próby Złotniczey na kamieniu Probierskim czynić się zwykłej 12, ktorey grzywna pospolita wartuje Złotych Polskich 54 z przymieszką miedzi, ktorey grzywna po Złot. 1, a chce mieć w tych naczyniach grzywien 25, ktorychby każda była 8 próby, a zatym nie wartowała tylko Czerwonych Złotych 2, czyli Złotych 36. Pytam, iakie tu części srebra i miedzi mieszać trzeba?

R E Z O L U C Y A.

Niewiadome grzywny srebra $= x$, miedzi $= y$. Pierwszy pomiar: $x + y = 25$ czyli: $y = 25 - x$.

Drugi: $54x + y = 25 \times 36 = 900$.

Zakładając cenę y , $54x + 25 - x = 900$.

Czyli: $53x = 875$.

Czyli: $x = \frac{875}{53} = 16 + \frac{27}{53}$, więc

$$y = 25 - 16 + \frac{27}{53} = 9 - \frac{27}{53} = 8 + \frac{53 - 27}{53} = 8 + \frac{26}{53}$$

Wszakże 1. $16 + \frac{27}{53} \times 54 = 864 + \frac{1458}{53}$

$$\frac{1458}{53} = 864 + 27 + \frac{27}{53} = 891 + \frac{27}{53}$$

2. $8 + \frac{26}{53} \times 1 = 8 + \frac{26}{53}$. A że $891 + \frac{27}{53}$

$$8 + \frac{27 + 26}{53} = 899 + \frac{53}{53} = 900. \text{Więc}$$

i t. d.



ZAGADNIENIE VIII.

O Przymieszce ołowiu do cyny. Daie kto Konwiffarzowi do robienia naczynia stołowe z cyny czystey, ktorey funt pospolity po poŹtrzecia złotego, czyli po groszy 75 z przymieszką ołowiu, ktorego funt po groszy 15, z warunkiem, aby naczynia te ważyły cały cetnar pospolity, czyli funtow 100, a funt każdy żeby wartował Złotych tylko 2, czyli groszy 60. Pytam, w iakiey ilkości przymieszka tych dwóch kruszców być powinna?

R E Z O Ł U C Y A.

Niewiadome funty cyny $= x$, ołowiu $= y$. Pierwszy pomiar: $x + y = 100$, czyli $y = 100 - x$.

Drugi: $75x + 15y = 100 \times 60 = 6000$.

Zakładając cenę y ; $75x + 1500 - 15x = 6000$.

Czyli: $60x = 4500$, czyli: $x = \frac{4500}{60} = 75$.

Więc $y = 100 - 75 = 25$. Wszakże 1. $75 + 25 = 100$. 2. $75 \times 75 = 5625$, także: $25 \times 15 = 375$; A że $5625 + 375 = 6000$; Więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

R E Z O L U C Y A

Ogólna tych wszystkich i tym podobnych przymieszek kruszczowych.

Niewiadoma ilkość, czyli iakakolwiek waga pierwszego kruszczu, który ma wchodzić w przymieszkę $=x$, drugiego zaś $=y$. Cena ogólna i nieokreślona pierwszego $=m$, drugiego $=n$, waga rzeczy zrobionej $=a$, cena średnia umowiona $=b$. Pierwszy pomiar z warunków Zagadnienia ogólnego taki, iak i w poprzedzających Przykładach wypada: $x+y=a$, czyli: $y=a-x$.

Drugi: rozmnożywszy ilkość pierwszego kruszczu niewiadomą x przez ogólną iey cenę m , a ilkość y przez n , i zrownawszy obydwie z wagą rzeczy zrobionej, a rozmnożoną przez cenę średnią b , będzie: $mx+ny=ab$.

Założywszy zaś za ny cenę y z pierwszego pomiaru rozmnożoną przez współczynnika nieokreślonego n , będzie: $mx+an-nx=ab$.

Przeniośszy będzie: $mx-nx=ab-an$.

$$ab-an$$

Podzieliwszy przez $m-n$: $x=$ $\frac{ab-an}{m-n}$

J ta to cena ilkości x z ceną $y=a-x$, służyć będzie za ogólne prawidło rezolwowania Zagadnień o przymieszkach.

Oba-



Obaczmy praktyczne iego używanie w Zagadnieniach wyżej rezolwowanych, a potem w kilku innych.

I. Stosując to prawidło do Zagadnienia pierwszego, będzie, $a=5$, $b=45$, $m=$
 $ab-an$

$$54, n=4, \text{ a zatem: } x = \frac{5 \times 45 - 5 \times 4}{54 - 4} = \frac{225 - 20}{50} = \frac{205}{50}$$

$$4 + \frac{5}{50}, \text{ czyli } \frac{1}{10}, \text{ więc } y = a - x = 5 - \frac{1}{10} = 4 + \frac{9}{10} = 4 + \frac{1}{10} = 4 + \frac{1}{10} = 4 + \frac{1}{10} = 4 + \frac{1}{10}$$

9
 — tak, iako i pierwey pod tymże Zagadnieniem.

II. Stosując toż prawidło do drugiego Zagadnienia, będzie: $a=10$, $b=936$, $m=$
 $ab-an$

$$1140, n=78, \text{ a zatem } x = \frac{10 \times 936 - 10 \times 78}{1140 - 78} = \frac{9360 - 780}{1062} = \frac{8580}{1062} = 8 + \frac{84}{1062}, \text{ czyli (reduku-}$$

iąc



$$\text{iać) } \frac{14}{177}, \text{ toć } y = a - x = 10 - 8$$

$$+ \frac{14}{177} = 2 - \frac{14}{177} = 1 + \frac{177-14}{177}$$

$$= 1 + \frac{163}{177} \text{ tak, iak wyżej pod tymże Za-}$$

gadnieniem.

III. Stosuiąc do trzeciego, będzie: $a =$
 $12, b = 54, m = 60, n = \frac{1}{18},$ a zatym

$$ab - an = 12 \times 54 - 12 \times \frac{1}{18}$$

$$x = \frac{m - n}{60 - \frac{1}{18}}$$

$$\frac{648 - \frac{12}{18}}{\frac{1}{18}}, \text{ czyli gubiąc frakcye Al-}$$

$$\frac{60 - \frac{1}{18}}$$

gebraicznym sposobem nayprzod w Liczniku,
 bę-

będzie: $\frac{11664-12}{1}$, potem w Miano-

$$60 - \frac{1}{18}$$

wniku, będzie: $\frac{11664-12}{1080-1} = \frac{11652}{1079}$

$\frac{862}{1079}$, więc $y = a - x = 12 -$

$$\frac{1079}{862} = 2 - \frac{862}{1079} = 1 + \frac{1079-862}{1079}$$

$\frac{1079-862}{1079} = \frac{217}{1079}$, tak, iak pod tymże

Zagadnieniem.

IV. Stosując do czwartego, będzie: $a =$

$$15, b = 54, m = 63, n = \frac{1}{8}, \text{ a zatym } x =$$

$$ab - an \quad 15 \times 54 - 15 \times \frac{1}{8}$$

$$\frac{m-n}{63 - \frac{1}{8}}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 810 \text{ --- } \frac{\quad}{8} \quad \quad \quad 6480 \text{ --- } 15 \quad \quad \quad 6465 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 63 \text{ --- } \frac{\quad}{8} \quad \quad \quad 504 \text{ --- } 1 \quad \quad \quad 503 \end{array}$$

429
 = 12+ ————— tak, iak wyżej pod tymże
 503
 Zagadnieniem; i tak daley.

INNE PRZYKŁADY.

ZAGADNIENIE IX.

DO Mennicy Krola Pruskiego, zkąd do tych czas wychodzą częstokroć fałszywe różnego gatunku pieniądze, wydany rozkaz, aby z czystego złota, ktorego grzywna Kolońska wartuie Czerwonych Złotych 63+

I
 —, czyli Złotych Polskich 1140, a ktore-
 3

go iedna grzywna w innych Mennicach bić się zwykła na Czerwonych Złotych 67, wybito grzywien 200 z przymieszką srebra nieczystego, czyli z miedzią zmieszanego np. 8 proby, ktorego grzywna Kolońska bira kosztuie Złotych 40, z warunkiem, żeby grzywna takiego bitego złota nie wartowała tylko 900 Złotych, a zatym żeby na każdej
 grzy-



grzywnie było niegodziwego zysku 240 Złotych, czyli ogólnie na wszystkich 48000 Złotych Polskich. Pytam, ile w biciu złota podług tego rozkazu przymieszać się ma srebra rzeczoney próby?

REZOLUCYA.

Przez ogólne Prawidło: $a=200$, $b=900$, $m=1140$, $n=40$, a zatem $x=$
 $ab-an$ 200×900 — 200×40

$$\begin{array}{r} m-n \quad 1140 \quad - \quad 40 \\ 180000 - 8000 \quad 172000 \quad 1720 \\ \hline 1100 \quad 1100 \quad 11 \end{array}$$

$$= 156 + \frac{4}{11}. \text{Więc } y = a - x = 200 - 156$$

$$+ \frac{4}{11} = 44 + \frac{4}{11} = 43 + \frac{11-4}{11}$$

$$43 + \frac{7}{11}. \text{Doświadczenie. Wszakże } 1. \ 156 + \frac{4}{11}$$

$$+ 43 + \frac{4}{11} + \frac{7}{11} = 200. \quad 2. \ 156 + \frac{4}{11}$$

$$\frac{4}{11} \times 1140 = 177840 + \frac{4560}{11}, \text{ czyli } +$$

$$\begin{array}{c} 6 \qquad \qquad \qquad 6 \\ 414+ \text{---} = 178254+ \text{---}, \text{ tudzież } 43 \\ \text{II} \qquad \qquad \qquad \text{II} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 7 \qquad \qquad \qquad 280 \\ + \text{---} \times 40 = 1720+ \text{---}, \text{ czyli: } 25+ \\ \text{II} \qquad \qquad \qquad \text{II} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 5 \qquad \qquad \qquad 5 \\ \text{---} = 1745+ \text{---}; \text{ A że } 178254+ \text{---} 1745 \\ \text{II} \qquad \qquad \qquad \text{II} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 6+5 \\ + \text{---} = 180000. \text{ Więc \&c.} \\ \text{II} \end{array}$$

ZAGADNIENIE X.

DAymy, że w teyże Pruskiej Mennicy znajduje się srebro czyste, ktorego grzywna Kolońska wychodzi na 81 Złotych, a nie bita na monetę wartuie (iako się namieniło pod l. II.) Złotych Polskich 78, ktorey grzywna kosztuie Złoty 1, tym czasem dany rozkaz, aby na monetę wybito srebra z przymieszką miedzi grzywien Kolońskich 600, z warunkiem, aby każda grzywna w tey monecie nie wartowała, tylko Złotych Polskich 30. Pytam, ile w takiej monecie znajdzie się srebra, a ile miedzi?



REZOLUCYA.

Przez toż Prawidło : $a=600$, $b=30$,
 $ab=an$
 $m=78$, $n=1$; będzie więc : $x=$ —————
 $m=n$

$$\begin{array}{r} 600 \times 30 = 600 \times 1 \qquad 18000 = 600 \\ \hline \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17400 \qquad 75 \\ \hline \hline \end{array} \begin{array}{r} 78 = 1 \\ \hline \hline \end{array} \begin{array}{r} 77 \\ \hline \hline \end{array} \begin{array}{r} 225 + \\ \hline \hline \end{array} \begin{array}{r} 77 \\ \hline \hline \end{array} \begin{array}{r} 75 \\ \hline \hline \end{array} \begin{array}{r} 75 \\ \hline \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 600 = 225 + \frac{75}{77} = 375 \frac{75}{77} = 374 + \frac{75}{77} \\ \hline \hline \end{array} \begin{array}{r} 77 = 75 \frac{2}{77} \\ \hline \hline \end{array} \begin{array}{r} 374 + \frac{75}{77} \\ \hline \hline \end{array} \begin{array}{r} 75 + 2 \\ \hline \hline \end{array} \begin{array}{r} 75 + 2 \\ \hline \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Wszakże 1. } 225 + \frac{75}{77} = 374 + \frac{75}{77} = 600 \\ \hline \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \ 225 + \frac{75}{77} \times 78 = 17550 + \frac{5850}{77} = \\ \hline \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17550 + 75 + \frac{75}{77} = 17625 + \frac{75}{77}, \text{ tudzież} \\ \hline \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 374 + \frac{2}{77} \times 1 = 374 + \frac{2}{77}. \text{ A że } 17625 \\ \hline \hline \end{array}$$

$$75 \div 2$$

$$+374+ \text{ --- } = 18000 ; \text{ Więc do-}$$

77

brze się rezolwowało. C. B. D. R.

Przeestroga : Namieniło się wyżej, ile
ktorego kruszcu części w robocie ubywa, więc
żeby Rezolucye Zagadnień o przymie-
szkach kruszców były iak naydokładnieysze,
potrzeba mieć wzgląd i na tę defalkę, czyli
stratę w robocie, a zatym dając do roboty
kruszcze, i szukając części tych, które się
zmieszać mają, gdy się przełożonym sposo-
bem znaydą, przydać do nich należy iakieś
częstki proporcjonalne zwykłym ginąć w ro-
bocie, żeby założoną ilkość tychże kruszców
robota zaważyła np. przez Rezolucyą Zaga-
dnienia pierwszego wynaleziona ilkość złota

$$\text{jest} = 4 \text{ grzywnom } + \frac{1}{10}, \text{ a srebra} =$$

$$\frac{9}{10}. \text{ Powiedziało się zaś, że na 100 grzy-}$$

$$\text{wnach złota i srebra ginie w robocie } \frac{1}{2} \text{ grzy-}$$

wny, więc przez Regułę proporcyi, nayprzod :

$$\text{ieżeli na 100 ginie } \frac{1}{2}, \text{ ileż na } 4 + \frac{1}{10} ?$$



potym : ileż na $\frac{9}{10}$? Znajdzie się straty w

tym przypadku złota $\frac{41}{2000}$, a srebra $\frac{9}{2000}$

grzywny, więc żeby robota ważyła grzywien 5, stratę przydać trzeba, do ilkości złota i

srebra wynalezionych, będzie zatym: $4 + \frac{1}{10}$

$$+ \frac{41}{2000} = 4 + \frac{1}{10} = 4 + \frac{2001}{2000}$$

$$\frac{241}{2000} \text{ ilkość złota, a srebra } = \frac{9}{10} +$$

$$\frac{9}{2000} = \frac{1800 + 9}{2000} = \frac{1809}{2000}, \text{ ktore da-}$$

ne do roboty, uczynić w niej powinny ilkość umowioną 5 grzywien.

Co we wszystkich innych Rezolucyach zachowując, ślepo wierzyć Rzemieślnikom stratę kruszców w swych robotach powiększającym nie będziemy.



ZAGADNIENIA.

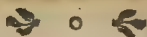
*O doświadczeniu robot Kruszcowych wyszłych
już z rąk Rzemieślniczych.*

ZAgadnienia tego gatunku wielorakim sposobem mogą być rezolwowane. Inne albowiem doświadczenia rzeczonych robot są Probierskie, a inne Matematyczne, i znowu iak pierwsze, tak i drugie rozmaite. Probierze doświadczaia tych robot, albo przez kamień swoy Probierski, albo przez operacya Chemiczną.

I. Sposob doświadczenia robot srebrnych zwyczajny Probierzom Polskim, ale zawodny. Już bowiem wyżey powiedziało się, że srebro z mosiądzem zmieszane na kamieniu Probierskim wyższą nierownie, a niżeli w sobie ma próbę, pokazuje. Do tego bywaią różne naczynia wewnątrz z podleyszego srebra zrobione, a zewnątrz przednicyszym od Rzemieślników powlekane, iakże można poznać rzetelną na kamieniu Probierskim onych próbę? Doskonalsi więc Probierze, nie przestaiąc natym doświadczenia sposobie, używaią Chemicznego. Przypatrzyłem ia się takiemu doświadczeniu przez Jmci Pana Schrödera Probierza Generalnego w Mennicy Warszawskiej czynionemu, ktore tu, dla wiadomości innych sposobności widzenia tego nie mających, przedłożę. 1. Doświadczaiać srebra w dwozłotwkach fałszywych Pruskich świeżo bitych na

N

stę-



stępel Polskiemu podobny, *Nayprzod*: Rzeczona dwozłotówkę zważył, i znalazł zewnętrżny iey walor wynoszący na 133 essow Hol-

14

lenderskich, zamiaśt $194 + \frac{14}{25}$ — gdyż, ieśli

25

25 dwozłotówek zaważa całą grzywnę czyli essów 4864, toć dwozłotówka i zaważyć po-

14

winna essów $194 + \frac{14}{25}$ —, brak więc pokazał

25

14

się essów $61 + \frac{14}{25}$ —, potym uwinąwszy też

25

dwozłotówkę w cieką blaszkę tombakową, wybił na niey wyrazy z obu stron stępla, dla okazania tey monety wizerunku. *Powtore*: Wykroił nożyczkami kilka kawałkow z teyże dwozłotówki, i tyle ich odważył, ile trzeba było na pół-grzywny małej, czyli w mniejszych częściach wielkiej pół-grzywnie proporcjonalnych wziętey, a odważone owe kawałki w papierek z szalki zsypał, i na bok odłożył, potym drugie takież pół-grzywny odważył, i w papierek zsypał. *Potrzenie*: Z ołowiu czystego 18 grzywien także małych na dwie części rozdzieliwszy, odważył, i po 9 grzywien do odłożonych z srebrem papierkow przyłączył. Tymczasem w piecyku żelaznym (który podwoyny ieśt z blach żelaznych zrobiony, zewnętrzny i wewnętrzny, między ktoremi wierzchem naybardziej i spodem węgle rozżarzone

by-

bywają, dla rozpalenia wewnętrznego piecyka; w zewnętrznym zaś ze trzech boków trojakie są drzwiczki, które dla natężenia ognia odsuwają się, a dla przygaszenia zasuwiają podług potrzeby) kubeczki z popiołu, z drzewa lub kości spalonych, wyczyszczonego z cząstek solnych umyślnie na to od samego Probiecra robione, *cupella* zwane, od blachy spodniey wewnętrznego piecyka od godziny rozpalały się; które gdy już rozpalone były, szczypczykami kładł w ieden z tych kubeczków 9 grzywien małych przygotowanego ołowiu, a w drugi, drugie 9, a gdy ołów rozpuścił się i zagotował, kładł znowu szczypczykami w te same kubeczki po poł grzywny masy srebra nagotowanego w papierkach, natychmiast srebro roztapiać się zaczęło; W tym zmniejszał tęgości ognia drzwiczek dotąd otwartych przymykając, a pilnie patrząc, aż ołów dla odłączenia miedzi od srebra użyty z miedzią razem skoperwasie i wsiąknie w kubeczki, albo na ich spodzie osiedzie. Co gdy się stało, a srebro czyste w gałeczkach małych pozostało, wyjął je szczypcami wraz z kubkami, i otarłszy z przyległych proszków, ważył najprzód iedną z drugą, dochodząc, czy co srebra w ogniu niezginęło, a ponieważ równoważne obie gałeczki były, znakiem to było, iż bez straty srebra ta robota chemiczna odprawia się. J dla tey to przyczyny na początku doświadczenia po poł grzywny masy, a nie całą razem grzywnę owych

srebra kawałkow odważył. Dopiero obie razem owe gałeczki czystego już srebra zważył, które nie zaważyły tylko łotow 5 i granow 17, a ważyć powinny były całą grzywnę, to jest: łotow 16, brak tedy był łotow 10 i grana 1. Zkąd przez Regułę proporcji doszedł wartości wewnętrzney teyże Pruskiej dwozłotowki. I. Albowiem jeżeli 1 dwozłotowka tego gatunku, iako się wyżej namieniło, ważona zaważyła effów Hollender-fkich 133, toć cała grzywna dwozłotówek, to jest: sztuk 25, zaważyć powinna tychże effów 3325. II. Jeżeli effów 3325 zawiera się w 25 dwozłotówkach Pruskich, toć reszta effów do grzywny Kolońskiej czyli do 4864 nie dostających, to jest: effów 1539 zawiera

76

się w dwozłotówkach 11+ ———, a zatym

133

cała grzywna Kolońska nie czystego srebra

76

zawiera się w 25+11+ ——— czyli w 36

133

76

+ ——— dwozłotówkach, a powinna się

133

zawierać w 25 tylko. III. Jeżeli łotow 5 i granow 17 czystego srebra przez czynione doświadczenie dopiero odkrytego w rzeczonych dwozłotówkach daie tychże dwozłotówek 36

76
+ ———, ileż da grzywna cała, to jest:
133

17 107
fotow 16? da: 5+ ——— czyli: ———. 36
18 18

76 4864
+ ——— czyli: ——— :: 16.

133 133
18 77824 1400832
——— X ——— = ——— = 98 +
107 133 14231
6194

———. Więc na grzywnę Kolońską czystego
14231

srebra, na którą naszych dobrych dwozłoto-
wek wychodzi 40, takich Pruskich trzeba 98
6194 6194

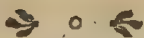
+ ———. 1V. Jeżeli 98+ ——— dwo-
14231 14231

złotówek Pruskich daią naszych 40, czyli:
Złotych 80, czyli: groszy 2400, ileż da dwo-
złotówka 1? dla zgubienia frakcyi, mnożąc
98, i 2400 przez 14231, będzie: 1400832.

34154400 34154400
34154400 :: 1. x Czyli: ——— = 24
1400832

534432
+ ——— groszy. Pokazało się zatym,
1400832

że dwozłotówka owa Pruska nie wartuie tylko
groszy 24 i pół-grosza nie spełna. Otoż
spo-



sposob chemiczny doświadczania srebra. 2. Doświadczenie zaś złota wzmiankowany Pro- bierz następującym czynił sposobem: nayprzod odciawszy od złota nieczystego, czyli z sre- brem i miedzią zmieszanego kilka części, po poł grzywny mniejszey odważył tak, iak pierwey część srebra, odważył także trzy mniejsze grzywny czystego srebra, i 12 oś- wiu czystego, a odważone tak srebro iako i ośw na dwie części rozdzieliwszy, przy na- gotowanych częściach złota położył. W rozpalone dwa kubeczki w piecyku tymże samym, co pierwey, kładł wprzod nagotowa- ne części oświu; potym, gdy się ośw zago- tował, części srebra, nareszcie części złota; i poty ognia natężał, poki ośw włożony odłączając od złota i srebra miedź, razem z nią nie wsiąkł w kubeczki, a kulki złota zmie- szanego z srebrem nie zostały. To gdy się stało wyjął rzeczone kulki z kubkami. 3. Po- nieważ w tych kulkach srebro zmieszane by- ło z złotem, dla oddzielenia więc srebra od złota użył wodki mocney (aqua fortis) wprzod owe kulki młotem spłaszczywszy nakształt blaszek cienkich, potym w trąbki zwinione w banieczkę rzeczoną wodką napełnioną, zwol- na nad ogniem przy piecyku wczśnie roz- grzaną wpuścił, gdzie powoli wodka owa części srebra odłączała od złota, złotu na- turalny kolor wracając, a swego bynajmniey nie mieniać. Gdy już złoto swoy lustr od- zyskało, w kształcie trąbek, iak było zwinio-
ne,

ne, nim go z banieczek dobył, zlał wprzód wódkę w osobne naczynie, a inną spłokiwał po kilka razy cząstki, jeżeli iakie ieszcze pozostały srebra. Dobył nareszcie owego już czystego złota i zważył; pokazało się więc, że z grzywny caley czyli 24 karatow po wy-czyszczeniu nie zostało tylko 19 karatow, reszta więc, to jest: 5 karatow przymieszka była srebra z miedzią. Od tych już 19 czę-ści pozostałego złota odciawszy, nadto 2 gra-na, przeto, że wódka owa nie jest tak mo-cna, żeby zupełnie oddzieliła srebro od zło-ta, i zawsze podług czynionych wszędzie do-świadczeniow w grzywnie 1 złota zostawuie 2 grana srebra; więc z grzywny owej złota nie zostało tylko 18 karatow i 10 granow. 4. Co się tycze srebra przez wódkę mocną od złota odłączonego, te na drobne i pod oko nie podpadłe cząstki rozpuszczone w teyże wodce zostało, nic iey nie zafarbowawszy, lecz za włożeniem odrobiny soli pospolitey, zaraz wódka owa zbielała, a cząstki srebra łączyć się, nadół opadać, i czynić masę podobną do gaszonego wapna zaczęły, które zmieszane z łoiem i w dwa pozostałe w piecyku kubeczki wypalone włożone, dopiero kolor właściwy i mięszość odzyskały. Dla tego zaś z łoiem się mieszaia owe cząstki srebra, że są znikłe (volatiles) i bez tey tłuściości w ogniu na po-wietrzeby się rozsypały i zgineły. Zkąd ta ogólna wiadomość wypływa, że srebra czę-ści rozpuszczaią się przez wódkę mocną, a
łączą



łączą się przez sol pospolitą, złota zaś części rozpuszczają się przez inną wodkę Krolewską zwaną (aqua Regia,) a łączą się przez sol koperwasową. (Sal vitrioli.) Tych samych sposobow używają Chimiczni Probierze w doświadczeniu nie tylko Mennicznych, ale i Złotniczych robot, tak Złotych iako i srebrnych, to jest: wycinają oni z rzeczy zrobionych bez zepsucia onych drobne części, i w tych częściach doświadczenie, iakie się opisało, uczyniwszy, wnoszą, że w całej rzeczy zrobioney tegoż gatunku jest złoto lub srebro, iakiego pokazało się w częściach dla doświadczenia wyciętych. Lecz, częścią że takie doświadczenie wypływa z Chirii, na ktorey rzadko kto u nas zna się, i wyciąga narzędziow, ktore nie łatwo mogą być zdobyte, a zatym nie powszechnie od Uczeńszych nawet być może praktykowane; częścią że nie jest tak pewne, aby o nim zawątpić nie godziło się, zwłaszcza w robotach, ktorych krajać i psuć nie można. Bo zkądże nayprzod pewność, że części wykroione nie znacznie z naczyńia złotego lub srebrnego są iednorodne ze wszystkiemi innemi częściami? potym: zkąd pewność, że przez zbytne ognia natężenie nie ubyło co cząstek złota lub srebra Chimicznie probowanego, aby przez proporcją tych do całej roboty doysć się mógł rzetelny w nim czystości stopień? Przeto innych pewnieyszych, a oraz od większey liczby ludzi używać się mogących sprawiedli-

wie dawno szukano, i dziś czekać należy doświadczenia tego sposobow. Jakoż dwa są następujące Hydrauliczne od dawniejszych i świeższych Matematyków wynalezione.

Z tych pierwszy od Archimedesza był wynaleziony i użyty w Rezolucyi Zagadnienia o koronie Hierona. Świadczy *Vitruvius*, że Hiero Król Syrakuski dał Złotnikowi znaczną jakąś sztukę złota na zrobienie Korony. Gdy więc zrobiona była, lubo daną sztukę złota zaważała, ciekawość atoli w Królu sprawiła, czy do złota srebra przymieszawszy Złotnik, nie ukradł jakiej części danego złota. Prosił zatem Archimedesza, aby chciał tego jakim doświadczyć sposobem. Archimedes długo przemyślając o sposobie, przypadkiem nań natrafił. Gdy bowiem mając się kąpać laża do wanny, postrzegł, że z niej tyle się wody wylewa, ile w niej miejsca jego ciała rozłożystość czyli objęcie (volumen) zabiera, a wiedząc, że złoto jest z kruszców najcięższe, wniósł sobie, najprzód: że bryła złota mniejszego nierownie powinna być objęcia, niż bryła srebra, żeby obie były równoważne; powtórę: że te dwie bryły równoważne nie równe miejsca dla nie równego objęcia zabiorą, to jest: więcej miejsca zabierze np. funt srebra, niż funt złota; a ztąd wniósł, że więcej tamten, niż ten wody z pełnego naczynia wyleje, uczynił więc następujące doświadczenie Archimedes. Wziął brył dwie, jedną złota, drugą srebra; każdą tyle waga-

ca,



cą, ile zaważała Korona, i w naczynie peł-
 ne wody kładł z osobna: Koronę, bryłę złota,
 i bryłę srebra, pilnie uważając, ile wody
 wycieka za każdym włożeniem, a wyciekłą
 też wodę w inne umyślnie na to postawione
 wiadomey wagi naczynia zebrawszy, ważył;
 doświadczył zatym, że bryła złota mniey wo-
 dy wylała, niż Korona, a Korona mniey
 niż bryła srebra, a zatym, że bryły złota
 mnieysze być musiało obięcie, niż Korony,
 a tey mnieysze niż bryła srebra, choć były
 między sobą równoważne, a zatym na ko-
 nicc, że w Koronie nie same czyste złoto,
 lecz i srebra była iakaś przymieszka, ktorey
 on przez Regułę dwoiakiego założenia Ary-
 tmetyczną pracowicie doszedł. Lecz przez
 Algebrę z nieporównaną łatwością, iako ka-
 żdy doświadczaący uzna, tey i podobnych
 przymieszek doysć można. Obaczmy iakim
 sposobem.

R E Z O L U C Y A.

*Zagadnienia o Koronie Hierona sposobem od
 Archimedesza wynalezionym.*

POnieważ wzmiankowany Pisarz nie namie-
 nia, ile ta Korona ważyła, daymy więc,
 że ważyła 12 funtow pospolitych. Daymy
 także, że ta Korona włożona w naczynie
 wodą napełnione, wylała teyże wody funtow

⁴
7+ —. Znać zaraz było, że nie z 12

⁵
funtow złota zrobiona, gdyż bryła złota
dwunasto funtowa tyle wody wylać nie mo-
gła. Na doświadczenie zaś tego, ile bryła
złota czystego dwunasto funtowa wody wy-
lewa, nie trzeba tak wielkiey bryły szukać i
kłaść w wodę, iak czynił Archimedes, do-
syc jest wziąć część iaką np. funt 1, poka-
że się, iako doświadczenie czyniącym pokaza-
ło się, że 1 funt złota czystego wylewa wo-

³ dy — funta, a jeżeli funt 1 wylewa ³ —,
⁵ ⁵

toć 12 funtow wyleie 7+ — (przez Reg.

⁵
prop.) toć Korona, która wylała więcey,

to jest: 7+ ³ —, nie miała w sobie 12 fun-

⁵
tow czystego złota. Potym wiadomo także z
doświadczenia, że funt 1 srebra czystego wy-

⁹
lewa wody — funta. Więc żeby zgadnąć,

¹⁰
ile złota, a ile srebra w Koronie owey było
przymieszanego, Zagadnienie to obrocić trze-
ba na pomiary, założywszy za niewiadome
funty złota x, a srebra y. Ponieważ więc
niewiadome złoto i srebro w Koronie owey

uczy-



uczynić powinno funtów 12, toć pierwszy pomiar wypada: $x + y = 12$, czyli: $x = 12 - y$.

Drugi wypadnie części wody wylane od funta złota rozmnożywszy przez niewiadome funty złota w Koronie, i części wody wylane od funta srebra rozmnożywszy przez niewiadome funty srebra w teyże Koronie, a te dwoiakie części zrownawszy z częściami wody przez Koronę wylaney, będzie zatym:

$$\begin{array}{ccccccc} 3x & & 9y & & 4 & & 39 \\ \hline & + & & = & 7 + & & \hline 5 & & 10 & & 5 & & 5 \end{array} \quad \text{czyli: } = \frac{39}{5}$$

Gubiąc zaś frakcye, to iest: Mianownikow wszystkich przez 5 dzieląc, a przez 2 inne terminy mnożąc, będzie: $6x + 9y = 78$.

Zakładając za $6x$ cenę x z pierwszego pomiaru, będzie: $72 - 6y + 9y = 78$.

Czyli: $3y = 78 - 72 = 6$.

Czyli na koniec: $y = \frac{6}{3} = 2$.

Lecz y , założone za funty srebra, więc tych w Koronie było 2, a zatym x czyli funty złota $= 12 - 2 = 10$. Doświadczenie. Wszakże 1. $10 + 2 = 12$. 2. Jeżeli funt 1 złota daie wody $\frac{3}{5}$, toć funtów 10 da

30
— = 6, i jeżeli funt 1 srebra daie wody

5
9, toć funtow 2 da — = 1+ — czy-
10 10 10

4
li: —, a że te części wody dodane, to iest:
5

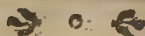
4 4
6+1+ — czyli: 7+ — wyrownywaia
5 5

częściom wody przez Koronę wylaney, więc
nie zawodnie było w niej złota 10, a srebra
2 funty, jeżeli Korona 12 ważyła. C. B.
D. R.

INNE PRZYKŁADY.

1. **D**Aymy, że kto dał do robienia iakiey
rzeczy Złotnikowi 5 funtow złota czy-
stego, rzecz ta zrobiona i w naczynie wody
pełne włożona wylać powinna wody funtow
3, (gdyż jeżeli 1 funt złota daie wody
3, toć 5 dać powinno — = 3) a tym
5 5

1
czasem wylała funtow wody 3+ —. Py-
2
tam, iaka tu przymieszka srebra do złota?



R E Z O L U C Y A.

Funty niewiadome złota $=x$, srebra $=y$, pierwszy pomiar: $x+y=5$, czyli: $x=5-y$.

Drugi, iak wyższej Rezolucyi: $\frac{3x}{5} +$

$$\frac{9y}{10} = 3 + \frac{1}{2} \quad \text{czyli:} \quad \frac{7}{2}$$

Gubiąc frakcyę, będzie: $3x + \frac{45y}{10}$

$$= \frac{35}{2},$$

$$\text{Czyli: } 30x + 45y = \frac{350}{2}.$$

$$\text{Czyli: } 60x + 90y = 350.$$

Zakładając cenę x za $60x$, $300 - 60y + 90y = 350$.

$$\text{Czyli: } 30y = 350 - 300 = 50.$$

$$\text{Czyli na koniec: } y = \frac{50}{30} = 1 + \frac{20}{30}$$

$$= 1 + \frac{2}{3}.$$

Więc

Więc srebra w zapytaney robocie funt 1

$$\frac{2}{1} \text{ — } , \text{ toć złota } x = 5 \text{ — } 1 \frac{2}{1} \text{ — } = 4$$

$$\frac{3}{2} \text{ — } = 3 \frac{3-2}{1} \text{ — } = 3 \frac{1}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{1+2}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$

$$\frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } = 3 \frac{3}{1} \text{ — } . \text{ Do-}$$



1

—, a wylać powinna tylko funtow 9+

4

3

— . Znakiem to więc było srebra przymie-

5

szanego w tej robocie do złota. Pytam więc, ile było przymieszanego?

R E Z O L U C Y A.

Funty niewiadome złota $= x$, srebra $= y$. Pierwszy pomiar: $x + y = 16$, czyli: $x = 16 - y$.

$$\text{Drugi: } \frac{3x}{5} + \frac{9y}{10} = 10 + \frac{1}{4} \text{ czyli}$$

$$\text{li: } \frac{41}{4}$$

$$\text{Gubiąc frakcye: } 3x + \frac{45y}{10} =$$

$$\begin{array}{r} 205 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\text{Czyli: } 30x + 45y = \frac{2050}{4}$$

$$\text{Czyli: } 120x + 180y = 2050.$$

$$\text{Zakładając cenę } x: 1920 - 120y + 180y = 2050.$$

Od-

Odciągając i przenosząc: $60y = 2050 - 1920 = 130$.

Dzieląc na koniec: $y = \frac{130}{60} = 2\frac{1}{3}$

czyli: $\frac{1}{6}$

Więc: $x = 16 - 2\frac{1}{3} = 14\frac{1}{3}$

$\frac{1}{6} = 13\frac{1}{3} - \frac{6 - 1}{6} = 13\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$

Doświadczenie. Wszakże 1. $13\frac{1}{3} - 2\frac{1}{3} = 11$, 2. Jeżeli 1 funt złota dać

wody $\frac{3}{5}$, toć funtów $13\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$ czyli: $\frac{83}{6}$

da $\frac{249}{60} = 8\frac{1}{3}$; tudzież jeżeli 1 funt

srebra dać wody $\frac{9}{10}$, toć funtów $2\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

czyli: $\frac{13}{6}$ da $\frac{117}{60} = 1\frac{1}{3}$. A że 8

$$\begin{array}{r}
 9 \quad 57 \quad 18+57 \\
 +1+ \quad \frac{\quad}{30} \quad + \quad \frac{\quad}{60} \quad \text{czyli:} \quad + \quad \frac{\quad}{60}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 I \\
 =10+ \quad \frac{\quad}{4} \quad \text{Więc \&c.}
 \end{array}$$

3. Daymy, że 20 pospolitych grzywien
czystego złota dano do roboty, a ta wylała

$$\text{wody grzywien } 6+ \quad \frac{I}{2} \quad \text{czyli: } \frac{13}{2}, \text{ wylać}$$

zaś nie powinna, tylko spełna 6. Pytam, co
tu za przymieszka srebra?

R E Z O L U C Y A.

Niewiadome grzywny złota $=x$, sre-
bra $=y$. Części zaś wody wylanych przez
grzywnę złota i srebra, szukać trzeba tak:
ponieważ 2 grzywien czynią 1 funt, a ten

$$\text{wylewa } \frac{3}{5} \text{ funta wody, gdy się nim złoto}$$

$$\text{waży, albo: } \frac{9}{10}, \text{ gdy srebro więc podzieli-}$$

$$\text{wszy } \frac{3}{5} \text{ i } \frac{9}{10} \text{ przez 2, będą części wody}$$

$$\text{wylane przez grzywnę złota } = \frac{3}{10}, \text{ a wy-}$$

lane

lane przez grzywnę srebra $\frac{9}{20}$. A za-
tym te wypadną pomiary: Pierwszy $x+y$
 $=20$, czyli: $x=20-y$.

$$\text{Drugi zaś: } \frac{3x}{10} + \frac{9y}{20} = \frac{13}{2}$$

$$\text{Gubiąc frakcye, będzie: } 3x + \frac{90y}{20}$$

$$\frac{130}{2}$$

$$\text{Czyli: } 60x + 90y = 2600$$

$$\text{Czyli: } 120x + 180y = 2600$$

$$\text{Zakładając cenę } x: 240 \text{ } 120y + 180y = 2600$$

$$\text{Czyli: } 60y = 200 \text{ czyli: } y = \frac{200}{60}$$

$$= 3 + \frac{20}{60} = 3 + \frac{1}{3}$$

$$\text{Więc: } x = 20 - 3 + \frac{1}{3} = 17 \frac{1}{3}$$

$$= 16 + \frac{3-1}{3} = 16 + \frac{2}{3}$$



2+1
 czenie. 1. $16+3+ \frac{2+1}{3} = 20$. 2. Je-

żeli grzywna i złota wylewa wody $\frac{3}{10}$

toć grzywien $16+ \frac{3}{10}$ czyli : $\frac{150}{3}$

wyleią $\frac{150}{30} = 5$, tudzież : jeżeli grzy-

wna i srebra wylewa wody $\frac{9}{10}$, toć grzy-

wien $3+ \frac{1}{3}$ czyli : $\frac{10}{3}$ wyleią $\frac{90}{60} = 1$

$\frac{1}{2}$. A że $5+1+ \frac{1}{2} = 6 \frac{1}{2}$

Więc &c.

REZOLUCYA

Ogólna podług wynalazku Archimedesza Zaga-
 dnieniom o doświadczeniu przymieszek w robo-
 tach Złotniczych iednego do drugiego
 kruszcu.

Niech będą 1. części, to iest : funty lub
 grzywny niewiadome przedniejszego kru-
 szcu

szcu $\equiv x$, podlejszego zaś $\equiv y$. 2. Waga zrobioney rzeczy $\equiv m$. 3. Ilkość wody wylaney o iedney iakiey części np. funta lub grzywny przednieyszego kruszczu $\equiv a$, podleyszego zaś $\equiv b$; na koniec: ilkość wody wylaney od rzeczy zrobioney $\equiv n$. Będzie zatym z pierwszego warunku pomiar: $x + y \equiv m$, czyli: $x \equiv m - y$.

Z drugiego: $ax + by \equiv n$. Czyli zakładając cenę x za ax rozinnożoną przez, a będzie: $am - ay + by \equiv n$.

Przenosząc, będzie: $by - ay \equiv n - am$.

Na koniec dzieląc przez $b - a$, $y \equiv \frac{n - am}{b - a}$.

$b - a$

Ten ostatni pomiar z ceną pierwszego $x \equiv m - y$ ogulnym iest doświadczenia różnych robot Złotniczych prawidłem, za którego pomocą odkryć można przymieszki nie tylko srebra do złota, ale i miedzi tak do złota, iako do srebra, i innych iednych do drugich kruszczow z doświadczenia uczynionego wprzod doszedłszy, ile wody wylewa każdego z osobna kruszczu funt albo grzywna i. J tak:

I. W Zagadnieniu o Koronie HieroŃa,

będzie: $a \equiv \frac{3}{5}$, $b \equiv \frac{9}{10}$, $m \equiv 12$, $n \equiv$



$$\begin{array}{rcl}
 7+ \frac{4}{5} & = & \frac{39}{5}, \text{ a zatym: } y = \frac{n-a}{b-a} \\
 & & \frac{39}{5} - \frac{3}{5} \times 12 \\
 & & \frac{36}{5} \\
 & & \frac{9-6}{10} \\
 & & \frac{10}{3} \times \frac{5}{30} = 2. \text{ Więc } x = 12 - 2 \\
 & & = 10 \text{ tak, iak wyżej.}
 \end{array}$$

II. W Przykładzie pierwszym $a = \frac{3}{5}$,

$$b = \frac{9}{10}, m = 5, n = 3 + \frac{1}{2}, \text{ a zatym:}$$

$$\begin{array}{rcl}
 y = \frac{n-a}{b-a} & = & \frac{3 + \frac{1}{2} - \frac{3}{5}}{\frac{9}{10} - \frac{3}{5}} \times 5 \\
 & & \frac{9}{10} - \frac{3}{5} \\
 & & \frac{3}{10}
 \end{array}$$

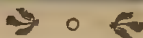
$$\begin{array}{r} 3 + \frac{1}{2} - \frac{15}{5} \\ \hline 9 - 6 \\ \hline 10 \end{array} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{10}{6}$$

$$\begin{array}{r} 1 + \frac{4}{6} = 1 + \frac{2}{3}, \text{ więc } x = 5 - 1 \\ 2 + \frac{2}{3} = 4 - \frac{2}{3} = 3 + \frac{1}{3} \text{ tak, jak} \\ \text{pierwey.} \end{array}$$

III. W Przykładzie drugim : $a = \frac{3}{5}, b =$

$$\frac{9}{10}, m = 16, n = 10 + \frac{41}{4} = \frac{41}{4}, a$$

$$\begin{array}{r} n - a m \\ \hline \text{zarym : } y = \frac{b - a}{\frac{41}{4} - \frac{48}{5}} = \frac{9 - 3}{10 - 5} \end{array}$$



$$\frac{205}{192}$$

$$\frac{20}{9-6} = \frac{10}{3} \times \frac{13}{20} = \frac{130}{60} = 2$$

$$\frac{10}{10}$$

I

$$+ \frac{1}{6} \cdot \text{Więc } x = 16 - 2 + \frac{1}{6} = 14 - \frac{1}{6}$$

I

$$\frac{1}{6} = 13 + \frac{1}{6} = 13 + \frac{1}{6} \text{ tak, iak}$$

wyżey.

IV. W trzecim: $a = \frac{3}{10}$, $b = \frac{9}{20}$,

$m = 20$, $n = \frac{13}{2}$, a zatym: $y = \frac{n - am}{b - a}$

$$\frac{13}{2} - \frac{3}{10} \times 20 = \frac{13}{2} - \frac{60}{10}$$

$$\frac{9}{20} - \frac{3}{10} = \frac{9-6}{20} = \frac{3}{20}$$

65—60

$$\frac{10}{3} = \frac{20}{3} \times \frac{5}{10} = \frac{100}{30} = 3\frac{1}{3}$$

20

$$\frac{1}{3} \cdot \text{Więc } x = 16 - 3\frac{1}{3} = 12\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} = 12\frac{1}{3} - \frac{3-1}{3} = 12\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \text{ tak, iak } 6 =$$

wyżey, i t. d.

Przeſtroga. Jeżeli złoto albo srebro nieczyste dać się do roboty, takiego złota

funt, więcey wody, niż $\frac{3}{5}$ funta, a grzy-

wna więcey niż $\frac{3}{10}$ wylać może, także i sre-

bra funt więcey niż $\frac{9}{10}$, a grzywna więcey,

niż $\frac{9}{20}$ wody wyleć z przyczyny przymieszki,

ktora rzeczonych kruszców większe czyni o-
bięcie (volumen) więc w tym razie doświad-
czenie wprzód uczynić trzeba na funcie lub
grzy-



grzywnie tego kruszcu, który się ma dać do roboty, żeby dowść wiele wody wylewa; wreszcie tak postąpić, iak się przełożyło. Ta tylko niewygoda jest w używaniu tego doświadczenia sposobu, że się staie w praktyce trudny i prawie niepodobny na ten czas, kiedy w małej ilkości np. w uncjach albo łotach, a tym bardziey drobniejszych wagach daią się kruszce do roboty. W ten czas bowiem wylew wody od tak szczupłej roboty uczyniony w porównaniu z wylewem, który i uncya albo łot czyni, nie znaczną sprawuie w wadze różnicę. Przeto sposób następujący zda mi się być od poprzedzającego powszechniejszy, mnięj zatrudniający, a ledwie i nie pewniejszy.

III. Sposob ten od późniejszych Matematyków wynaleziony, na tym zależy, aby z wagi rzeczy zrobioney odmienney na powietrzu i w wodzie, dochodzić przymieszki podlejszego kruszcu do przedniejszego. Do czego dwoiakiey potrzeba wiadomości, nayprzod: o ciężkości porównaney, (de gravitate specifica) potym o utracie wagi w wodzie różnych kruszców. Co do pierwszego, po długim dochodzeniu i doświadczeniu, jest na ten koniec sporządzona od sławnego Filozofa Muszenbroka tablica, która okazuie porównanie ciężkości nayznaiomszych między sobą na świecie rzeczy. Niemasz potrzeby całej tu tey tablicy kłaść, (widzieć ją można w Doświadczeniach skutkow X. Rogalińskiego, w Kłędzie trzeciej, na karcie 515)

to tylko co się przedsięwziętey tycze mate-
ryi, tu kładę:

Woda deszczowa	-	-	I. 000.
- - Przecedzana	-	-	0. 993.
- - Morfka	-	-	I. 030.
- - Rzeczna	-	-	I. 009.
- - Zrzodelna	-	-	0. 999.
Złoto czyste	-	-	19. 640.
Złoto mniej czyste, iakie iest			
w pieniądzech	-	-	18. 261.
Srebro czyste	-	-	11. 091.
Mniej czyste w pieniądzech	-	-	10. 535.
- - Podleysze	-	-	10. 340.
Miedz Szwedzka	-	-	8. 784.
- - Węgierska wodna	-	-	5. 777. *

Cy-

* Są wody w Węgrzech z gor kruszcowych cie-
kące, z cząstkami miedzi zmieszane, w ktorych bla-
chy żelazne umyślnie na to kładzione, w przeciągu z
lub 3 Miesięcy, tak w siebie miedzianych nabierają czę-
stek, że się здаią być w miedz zamienione, lecz ta
miedz podła, i do robienia wielkich tylko naczyń
używana, ale znayduie się tam miedz insza, rownie
dobra iak Szwedzka.



Cyna Angielska	-	-	7. 471. ⁱⁱⁱ
- - Pospolita	-	-	7. 320. ⁱⁱⁱ
Ołow Angielski czysty	-	-	11. 325. ⁱⁱⁱ
- - Pospolity	-	-	11. 310. ⁱⁱⁱ
Zelazo	-	-	7. 645. ⁱⁱⁱ

Tych wszystkich kruszców porównanie czyni się pospolicie z ciężkością wody prostej deszczowej, pod czas umiarkowanego powietrza spadającej. Liczby te porównanie wyrażające iedne są przed kropką po lewey stronie położone, i znaczą całkowite wagi, to jest: albo funty, albo grzywny i t. d., a inne za kropką po prawey stronie, i znaczą liczby łamane, których że trzy jest: pierwsza z końca znaczy części dziesiąte, druga setne, a trzecia tysięczne całej iakiey wagi. Zgoła są to wyrazy frakcyi dziesiętkowych, których wiadomość z pospolitych Arytmetyk ma się zasięgnąć. Lubo w naszych następujących robotach można porównanie te ciężkości kruszczowych z ciężkością wody brać w samych tylko liczbach całkowitych bez części dziesiętkowych dla uniknienia długich i zatrudniających rachub, a mało pożytecznych, gdyż wynikię ztąd cząstki w ostatnich produktach nie wiele przydać, albo uiać mogą. Co się zaś tycze drugiego, doświadczająca naucza Fizyka, że iedną bryła iakiegokolwiek kruszczu inną ma wagę na wolnym powietrzu, a



inną w wodzie ważona. Wagi albowiem tej, którą miała na powietrzu, mniej więcej utracą, gdy się w wodzie waży, to jest: utracą w proporcji ciężkości swojej, do ciężkości wody. I tak: ponieważ ciężkość złota czystego porównana do ciężkości wody, ma się iak

19. ¹⁰⁰640 do 1. ¹⁰⁰⁰000., czyli: ponieważ złoto przeszło 19 razy cięższe jest za wodę, idzie zatem, że bryła złota ważąca na powietrzu 19 funtów, albo grzywien, albo uncyi i tam dalej, w wodzie nie zaważy tylko 18 funtów, albo grzywien i t. d., gdyż tyle w wodzie straci ciężkości swojej złoto, ile jest w niej ciężkości porównanej do ciężkości złota. A ztąd się wnosi, że w wodzie złoto czy-

ste przeszło —, pienne i podleysze prze-

19

szło —, srebro czyste przeszło —, pie-

18

11

nie i podleysze przeszło —, miedź prze-

10

szło —, cyna przeszło — część ciężkości

8

7

swojej w wodzie tracą. Co z Reguły proporcji wynika. Albowiem: jeżeli czystego złota funtów, albo grzywien i t. d. 19 traci w wodzie 1 funt, albo grzywnę, ileż straci funt

albo



albo grzywna i ? Wypada —, i tam daley.

19

Te mając wiadomości, łatwo już uczynić doświadczenie przymieszek w robotach Złotniczych. Pokażmy to nayprzod w przykładzie, podług wynalazku Archimedesza, wyżej rezolwowanym o Koronie Hierona, a potym w innych. Pierwszy pomiar i tu tenże sam, co pierwey, to iest: $x + y = 12$, czyli: $x = 12 - y$.

Drugi, stragę wagi w wodzie iednego funta złota, i stragę wagi iednego także funta srebra, rozmnożone z osobna przez tychże kruszców niewiadome funty w Koronie porównawszy z stragą wagi w wodzie samey Ko-

rony, będzie: $\frac{x}{19} + \frac{y}{11} = \frac{148}{209}$, to

iest, stracie wagi Korony w wodzie wynoszącej przeszło 11 łotow. Gubiąc zaś frakcye, będzie:

$$1. \quad \frac{19y}{11} + \frac{2812}{209} = \frac{2812}{209}$$

$$2. \quad 11x + 19y = 30932$$

$$3. \quad 2299x + 3971y = 30932$$

Zakładając zaś cenę x , za $2299x$, będzie: $27588 - 2299y + 3971y = 30932$.

Czy-

Czyli: $1672y = 3344$, czyli: $y = \frac{3344}{1672} = 2$.

1672

Więc: $x = 12 - y = 12 - 2 = 10$, iak i pierwey. Doświadczenie czyni się przez Regułę proporcji tym sposobem. I. Jeżeli 1 funt złota traci wagi w wodzie — funta,

10

ileż straci 10 funtów? straci —. II. Jeżeli

19

I

1 funt srebra traci w wodzie —, ileż straci

11

ca 2 funty? stracią $\frac{2}{11}$. A że $\frac{10}{19} + \frac{2}{11}$

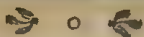
148

$\frac{209}{148}$, to jest: stracie wagi w wodzie

Korony. Albowiem obrociwszy te dwie frakcye do iednego Mianownika, będą: $\frac{110}{148} + \frac{38}{148}$

$\frac{148}{148} = 1$. Więc dobrze się re-

209 209
zolvowało. C. B. D. R.



INNE PRZYKŁADY.

Przymieszek srebra do złota.

I. D Aymy, że złota czystego grzywien Ko-
lonskich 6 dano do roboty, która wa-
żona w wodzie nie powinna wagi swojej tra-

cić tylko $\frac{6}{19}$, (gdyż 1. $\frac{1}{19} :: 6 \frac{6}{19}$)

tymczasem więcej traci np. $\frac{1}{3}$, zaraz więc

znać, że w tej robocie nie masz całych 6
grzywien złota, a błady lustr złota w niej
czyni podeyrzenie przymieszki srebra nieczy-
stego, którego ciężkość, porównana do cię-
żkości wody jest iak 10 do 1. Pytam więc,
iak doysć tej przymieszki?

R E Z O Ł U C Y A.

Pomiar pierwszy : $x + y = 6$, czyli:
 $x = 6 - y$.

Drugi : $\frac{x}{19} + \frac{y}{10} = \frac{6}{19}$. Gubiąc

frakcye, będzie : $x + \frac{19y}{10} = 6$, czy-

li:

190

li: $10x + 19y = \text{---}$, czyli: $30x + 57y$

3

$= 190$. Zakładając zaś cenę x , będzie:

$180 - 30y + 57y = 190$, czyli: $27y = 10$,

10

czyli na koniec: $y = \text{---}$. Srebra więc

27

10

--- grzywny, to jest: 5 przeszło łotow;

27

więc złota, $x = 6 - \frac{10}{27} = 5 + \frac{27-10}{27}$

27

27

$= 5 + \frac{17}{27}$, czyli: 5 grzywien, i łotow prze-

szło 10. Doświadczenie. 1. 1. $\frac{1}{19} :: 5$

$\frac{17}{27} + \frac{152}{27} = \frac{152}{27}$ 2. 1. $\frac{1}{10}$

$17 + 152 = 169$ 152 1

$\frac{10}{27} + \frac{10}{27} = \frac{20}{27}$ czyli: $\frac{1}{27}$. A że $\frac{152}{513}$

$10 + 10 = 20$ 1 152

$1 + 1 = 2$ 27 270 27 513

$\frac{1}{27} + \frac{1}{27} = \frac{2}{27}$ 27 270 27 513

$\frac{1}{27} + \frac{1}{27} = \frac{2}{27}$ 27 270 27 513

$\frac{1}{27} + \frac{1}{27} = \frac{2}{27}$ 27 270 27 513

$\frac{1}{27} + \frac{1}{27} = \frac{2}{27}$ 27 270 27 513

$\frac{1}{27} + \frac{1}{27} = \frac{2}{27}$ 27 270 27 513

obrociwszy do iednego Mianownika, mnożąc

P

drugą



drugą przez 19, będzie: $\frac{152+19}{513} =$

$\frac{171}{513} = \frac{1}{3}$ Więc i t. d.

2. Daymy, że złota nie bardzo czyste-
go (ktorego ciężkość do ciężkości wody ma
się iak 18 do 1) grzywien Kolońskich 15 da-
no do roboty, która wagi swej w wodzie tra-
cić powinna $\frac{5}{6}$ iedney grzywny, a tym-

czasem więcej traci, np. grzywnę 1 całą, z
lustru zaś bladawego znać przymieszkę sre-
bra nieczystego (ktorego ciężkość do ciężko-
ści wody jest iak 10 do 1.) Pytam, iak wiel-
ka ta przymieszka?

REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x+y=15$, czyli:
 $x=15-y$.

Drugi: $\frac{x}{18} + \frac{y}{10} = 1$, czyli: gubiąc fra-
kcye: $\frac{18y}{10}$

kcy: $x + \frac{18y}{10} = 18$.

Czyli: $10x + 18y = 180$. Zakładając zaś
cenę x , będzie: $150 - 10y + 18y = 180$,
czy-

czyli: $8y = 30$, czyli: $y = \frac{30}{8} = 3\frac{3}{4}$

$\frac{6}{8} = 3\frac{3}{4}$, czyli srebra grzywien $3\frac{3}{4}$

łotow 12; więc $x = 15 - y = 15 - 3\frac{3}{4} = 11\frac{1}{4}$

$\frac{3}{4}$, czyli złota grzywien 11 i łotow 4. Do-

świadczenie. 1. 1. $\frac{1}{18} :: 11\frac{1}{4} - \frac{1}{4}$ (czy-

li: $\frac{45}{4}$). $\frac{45}{72}$. 2. 1. $\frac{1}{10} :: 3\frac{3}{4} - \frac{3}{4}$

(czyli: $\frac{15}{4}$). $\frac{15}{40}$. A że $\frac{45}{72} + \frac{15}{40} =$

1; albowiem $\frac{45}{72} + \frac{15}{40} = \frac{1800 + 1080}{2880}$

$\frac{2880}{2880} = 1$. Więc i t. d.

3. Daymy, że takiegoż złota, łotow 12
dano do roboty, która stracić wagi swojej

miała $\frac{2}{3}$ łota, a straciła $\frac{3}{4}$, z koloru zaś
znać przymieszane srebro nieczyste. Pytam,
w jakiej ilości jest przymieszane?

R E Z O L U C Y A.

Pomiar pierwszy: $x + y = 12$, czyli: $x = 12 - y$.

Drugi: $\frac{x}{18} + \frac{y}{10} = \frac{3}{4}$, czyli:
 $\frac{18y}{180} + \frac{10x}{180} = \frac{540}{180}$

gubiąc frakcye: $x + \frac{18y}{10} = \frac{540}{4}$, czy-

li: $10x + 18y = \frac{540 \cdot 4}{4}$, czyli: $40x + 72y = 540$.

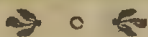
Zakładając zaś cenę: x będzie $430 - 40y + 72y = 540$, czyli: $32y = 60$, czyli na koniec:

$y = \frac{60}{32} = 1 + \frac{28}{32} = 1 + \frac{7}{8}$, czyli:

srebra 1 i po czwartym drachmy albo ćwierci,

więc złota $x = 12 - 1 + \frac{7}{8} = 11 - \frac{7}{8}$

$10 + \frac{8-7}{8} = 10 + \frac{1}{8}$. Doświadczenie.



$$I. \quad I. \quad \frac{1}{18} : : 10 \frac{1}{8} \left(\frac{81}{8} \right) \frac{81}{144} . 2.$$

$$I. \quad \frac{1}{10} : : 1 \frac{7}{8} \left(\frac{15}{8} \right) \frac{15}{80} . \quad A \text{ że}$$

$$\frac{81}{144} + \frac{15}{80} = \frac{3}{4}, \text{ gdyż } \frac{6480}{11520} + \frac{2160}{11520}$$

$$= \frac{8640}{11520} = \frac{3}{4} \quad (\text{zredukowawszy na}$$

mniejsze terminy przez 288). Więc i tam dalej.

PRZYKŁADY.

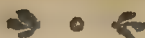
Przymieszek miedzi do złota.

1. **D**Aymy, że 7 grzywien Kolońskich czystego złota dano do roboty, która tra-

cić wagi swej w wodzie powinna $\frac{7}{19}$, a

tymczasem więcej traci np. $\frac{1}{2}$ grzywny; z

lustru zaś nie zmienionego znać przymieszkę miedzi, której ciężkość porównana do ciężkości wody, jest iak 8 do 1. Pytam, iak wielka tu jest miedzi przymieszka?



R E Z O L U C Y A.

Pomiar pierwszy : $x + y = 7$, czyli : $x = 7 - y$.

Drugi : $\frac{x}{19} + \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$, gubiąc fra-

kcyę : $x + \frac{19y}{8} = \frac{19}{2}$, czyli : $8x + 19y$

$= 152$, czyli : $16x + 38y = 152$. Za-

kładając zaś cenę x , będzie : $112 - 16y + 38y = 152$, czyli : $22y = 40$, czyli : $y =$

$\frac{40}{22} = 1 + \frac{18}{22} = 1 + \frac{9}{11}$. Więc $x = 7 -$

$1 + \frac{9}{11} = 6 - \frac{9}{11} = 5 + \frac{11 - 9}{11} = 5 + \frac{2}{11}$.

Doświadczenie 1. 1. $\frac{1}{19} :: 5 + \frac{2}{11}$

$\frac{2}{11}$ (czyli : $\frac{57}{11}$). $\frac{57}{209}$. 2. 1. $\frac{1}{8} :: 1$

$1 + \frac{9}{11}$ (czyli : $\frac{20}{11}$) $\frac{20}{88}$. A że $\frac{57}{209} +$

$$\begin{array}{rcl}
 20 & \overset{1}{=} & 5016 + 4180 \\
 \hline
 88 & \overset{2}{=} & 18392 \\
 9196 & \overset{1}{=} & \\
 \hline
 18392 & \overset{2}{=} &
 \end{array}$$

Więc i t. d.

2. Daymy, że 3 grzywien pospolitych złota nie bardzo czystego dano do roboty, która ważona w wodzie straciła wagi swojej $\frac{1}{4}$ grzywny, a stracić miała $\frac{1}{6}$, z lustru zaś pokazuje się przymieszka miedzi. Pytam, ile iey przymieszano?

REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x + y = 3$, czyli:
 $x = 3 - y$.

Drugi: $\frac{x}{18} + \frac{y}{8} = \frac{1}{4}$, czyli:

dzieląc Mianownikow przez 2: $\frac{x}{9} + \frac{y}{4} =$

$\frac{1}{2}$. Gubiąc zaś frakcye: $x + \frac{9y}{4} =$

$\frac{9}{2}$, czyli: $4x + 9y = 36$ $\frac{36}{2} = 18$. Za-

kładając cenę x , będzie: $12 - 4y + 9y = 18$,
 czy-



czyli : $5y=6$, czyli : $y=\frac{6}{5}=1+\frac{1}{5}$

Więc $x=3-\frac{1}{5}=2\frac{4}{5}$

$\frac{5}{5}-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$. Doświadcz-

nie : 1. $1.\frac{1}{18}::1+\frac{4}{5}(\frac{9}{5})\frac{9}{90}$

$\frac{1}{10}.$ 2. $1.\frac{1}{8}::1+\frac{1}{5}(\frac{6}{5})$

$\frac{6}{40}=\frac{3}{20}$. A że $\frac{1}{10}+\frac{3}{20}=\frac{1}{4}$, gdyż

$\frac{2+3}{20}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$. Więc i tam

daley.

3. Daymy , że 13 łotow takiegoż złota dano do roboty , która w wodzie straciła wagi

$\frac{13}{16}$ swoicy — łota. Pytam , ile do złota przy-
mieszaney miedzi ?

R E Z O L U C Y A.

Pomiar pierwszy: $x + y = 13$, czyli:
 $x = 13 - y$.

Drugi: $\frac{x}{18} + \frac{y}{8} = \frac{13}{16}$, czyli

dzieląc przez 2, $\frac{x}{9} + \frac{y}{4} = \frac{13}{8}$.

Gubiąc frakcyę: $x + \frac{9y}{4} = \frac{117}{8}$,

czyli: $4x + 9y = \frac{468}{8}$, czyli: $32x + 72y$

$= 468$. Zakładając cenę x , będzie: $416 -$
 $32y + 72y = 468$. Czyli: $40y = 52$, czy-

li: $y = \frac{52}{40} = 1 + \frac{12}{40} = 1 + \frac{3}{10}$. Więc

$x = 13 - 1 + \frac{3}{10} = 12 - \frac{3}{10} = 11 + \frac{7}{10}$

$10 - 3 = 7$. Doświadczenie: 1. 1.

$\frac{1}{18} : \frac{11 + \frac{7}{10}}{10} = \left(\frac{117}{10} \right) \frac{117}{180}$. 2.



$$\begin{array}{r}
 \text{I} \quad \quad \quad 3 \quad \quad 13 \quad \quad 13 \\
 \text{I. } \frac{\text{---}}{8} : : \text{I} + \frac{\text{---}}{10} \left(\frac{\text{---}}{10} \right). \frac{\text{---}}{80} \quad \text{A że} \\
 \frac{117}{180} + \frac{13}{80} = \frac{9360 + 2340}{14400} = \frac{11700}{14400} \\
 \frac{117}{144} \text{, czyli podzieliwszy przez } 9 = \\
 \frac{13}{16} \text{ Więc i t. d.}
 \end{array}$$

P R Z Y D Ł A D Y.

*Przymieszek miedzi i miedzi do
srebra.*

I. **D**Aymy, że 5 grzywien Kolońskich czy-
 stego srebra, czyli próby szesnastey,
 ktorego ciężkość do ciężkości wody jest: iak
 11 do 1, dano do roboty, która ważona w
 wodzie, straciła wagi swoiey $\frac{1}{2}$, zamiast

5
 — grzywny, znać więc, że iest z przymie-
 szką miedzi, a zatym niższej próby ma w
 sobie srebro, niż było dane. Pytam, nay-
 przod



przod iak wielka miedzi przymieszka, a po-
tym iakiey proby srebro w takiej robocie?

REZOLUCYA

Pierwszey części. Pierwszy pomiar: $x + y = 5$, czyli: $x = 5 - y$.

$x = 5 - y$

Drugi: $\frac{x}{11} + \frac{y}{8} = \frac{11}{2}$, czyli: gu-

$\frac{x}{11} + \frac{y}{8} = \frac{11}{2}$

biąc frakcye: $x + \frac{11y}{8} = \frac{11}{2}$, czyli:

88

$8x + 11y = 88$, czyli: $16x + 22y = 88$.

2

Zakładając zaś cenę x , będzie: $80 - 16y +$

8

$22y = 88$, czyli: $6y = 8$, czyli: $y = \frac{8}{6}$

6

$= 1 + \frac{2}{6} = 1 + \frac{1}{3}$, toć $x = 5 - y = 5$

6

3

$= 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = 3 + \frac{1}{3}$

3

3

$3 + \frac{2}{3}$. Więc w robocie tej jest srebra

3

grzy-

grzywien $3 \frac{2}{3}$, czyli i łotow blisko II,

a miedzi grzywna $1 \frac{1}{3}$, czyli i łotow przeszło 5, a zatem ile miedzi Rzemieślnik przymieszał, tyle czystego srebra ukradł.

Doświadczenie. Wszakże: I. $\frac{1}{3}$:: $3 \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ ($\frac{II}{3}$). $\frac{II}{33}$, potem: I. $\frac{1}{8}$:: $1 \frac{1}{3}$

$\frac{I}{3}$ ($\frac{4}{3}$). $\frac{4}{24}$. A że $\frac{II}{33}$ ~~$\frac{4}{24}$~~ $\frac{I}{3}$

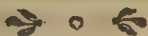
$\frac{I}{6}$ $\frac{2 \frac{1}{3}}{6}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{I}{2}$. Więc

dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

REZOLUCYA.

Drugiej części. Chcąc zaś wiedzieć, jakiej próby jest w tej robocie srebro, w której do srebra czystego grzywien $3 \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ $\frac{I}{3}$, przymieszano miedzi grzywnę $1 \frac{1}{3}$, $\frac{3}{3}$



obrocić potrzeba grzywien $3\frac{2}{3}$ na łoty,

będzie: $3\frac{2}{3} \times 16 = 48\frac{32}{3} = 58\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$, a te łoty podzielić przez 5 grzywien da-

nych do roboty, Wieloraz $= 11\frac{11}{15}$ po-

każe żadaną srebra próbę iedenastą z 13 prze-
szło gran. Co tak okazuję: jeżeli każda w
tey robocie grzywna srebra jest próby $11\frac{11}{15}$
 $\frac{11}{15}$, toć każda ma w sobie srebra czystego
15.

łotow $11\frac{11}{15}$, czyli i granow przeszło 13,

a resztę, to jest: łotow $4\frac{4}{15}$, czyli gran.
blisko 5 miedzi. A że w tey robocie grzywien jest

5, więc rozmnożywszy łotow $4\frac{4}{15}$ przez 5,
wypaść powinna przymieszka miedzi wynale-

żona, to jest: grzywna $1\frac{1}{3}$. Jakoż $4\frac{4}{15}$
3



$$\frac{4}{15} \times \frac{20}{15} = \frac{20}{15} + \frac{5}{15}, \text{ czyli:}$$

$\frac{1}{3}$, czyli łoty te obracając na grzywny przez

$$16, \text{ będzie: } = 1 + \frac{1}{3}, \text{ gdyż } \frac{21}{16} = 1,$$

a pozostałe 5 zredukowawszy do przyległej

$$\text{frakcyi } \frac{1}{3}, \text{ będzie: } \frac{16}{3}, \text{ którą przez też}$$

$$16 \text{ dzieląc, będzie: } \frac{1}{16} \times \frac{16}{3} = \frac{16}{48} =$$

$$\frac{1}{3}. \text{ C. B. D. R.}$$

2. Daymy, że na robienie słoŝowych na-
czyń dał kto srebra 13 próby, którego cię-
żkość do ciężkości wody jest: iak 10 do 1, pospo-
litych grzywien 50, które zrobione straciły

wagi swojej w wodzie grzywien $5 + \frac{4}{10}$,

a stracić nie powinny były tylko 5 spelną.
Pytam, ile w tej robocie do srebra danego
przymieszano miedzi, i iakiey próby stało się
w niej srebro?

R E Z O L U C Y A.

Pierwszey części. Pomiar pierwszy : $x + y = 50$, czyli : $x = 50 - y$.

$$\text{Drugi : } \frac{x}{10} + \frac{y}{8} = 5 + \frac{4}{10} = 5\frac{4}{10} = 5\frac{2}{5}$$

Gubiąc frakcye : $x + \frac{10y}{8} = 54$, czyli :

$$8x + 10y = 432. \text{ Zakładając cenę } x, \text{ będzie: } 400 - 8y + 10y = 432, \text{ czyli : } 2y = 32, \text{ czy-}$$

$$\text{li : } y = \frac{32}{2} = 16. \text{ Więc } x = 50 - y = 50 - 16 = 34.$$

Do 34 więc grzywien danego srebra przymieszał Złotnik 16 grzywien miedzi, tyleż z danego srebra ukradłszy. Do-

świadczenie. Wszakże $1. \frac{1}{10} : : 34. \frac{34}{10}$;

potym : $1. \frac{1}{8} : : 16. \frac{16}{8}$; A że $\frac{34}{10} +$

$\frac{16}{8} = 5 + \frac{4}{10}$. Więc dobrze się rezolwo-

wało. C. B. D. R.



REZOLUCYA

Drugiej części. Ponieważ dane do roboty srebro było 13 próby, więc, gdy przez Rezolucyą pierwszą pokazało się w tej robocie 34 tylko srebra grzywien, grzywny te rozumieć się mają teyże samey próby, to jest 13, która była w danym srebrze do roboty, z którego ukradłszy Złotnik grzywien 16, a natomiast 16 miedzi przymieszawszy, uczynił dane srebro nierownie podlejszym i próby daleko niższej, którą chcąc wynaleść, potrzeba 34 grzywien na łoty obrocic, będzie więc $34 \times 16 = 544$, a te podzielić przez

44

22

50, Wieloraz $10 + \frac{44}{50}$, czyli: $10 + \frac{22}{25}$ po-

50

25

każe srebra w robocie próbę 10 z 16 blisko gran. Co tak okazuję. Jeżeli każda w tej

22

robocie grzywna jest próby $10 + \frac{22}{25}$, toć

25

każda ma w sobie łotow $10 + \frac{22}{25}$, czyli i

25

gran. blisko 16 danego srebra próby 13, a

3

resztę miedzi, to jest: łotow $5 + \frac{25}{25}$,

25

czyli i gran. przeszło 2. A że w tej robo-

cie

cie iest grzywien 50, więc $5 + \frac{3}{25} \times 50 =$

$250 + \frac{150}{25} = 250 + 6 = 256$ łotow, czy-

li: $\frac{256}{16} = 16$ grzywien miedzi w robocie

odkrytych. C. B. D. R.

3. Daymy, że do roboty dano srebra
czystego 12 uncyi pospolitych, a robota wa-
żona w wodzie straciła wagi swoiey uncya 1

$+ \frac{1}{8}$. Pytam, ile dodanego srebra przy-
mieszaney miedzi, i iaka proba srebra w tey
robocie ?

REZOLUCYA

Pierwszey części. Pomiar pierwszy: $x + y = 12$, czyli: $x = 12 - y$.

Drugi: $\frac{x}{11} + \frac{y}{8} = 1 + \frac{9}{8}$.

Gubiąc frakcye: $x + \frac{11y}{8} = \frac{17}{8}$, czy-

li: $8x + 11y = 17$. Zakładając cenę x , będzie: 96
 $- 8y + 11y = 99$, czyli: $3y = 3$, czyli: $y =$

3.
 $\frac{—}{3} = I.$ Więc $x = 12 — y = 12 — 1 = II.$

Doświadczenie: Wszakże: $I. \frac{—}{II} :: II. \frac{—}{II}.$

$= I,$ tudzież: $I. \frac{—}{8} :: I. \frac{—}{8}.$ A że $1 +$

$\frac{—}{8},$ iest to strata wagi w wodzie roboty.

Więc &c.

REZOLUCYA.

Drugiey części. Ponieważ czystego srebra w tey robocie pokazało się uncyi II, więc obrociwszy uncye te na łoty, będzie: $II \times 2 = 22,$ a te łoty przez 12 uncyi danych do roboty obrocone na części grzywny, to iest:

na $\frac{12}{8},$ czyli na $\frac{3}{2},$ podzieliwszy więc 22

przez $\frac{3}{2},$ będzie: $\frac{2}{3} \times \frac{22}{1} = \frac{44}{3} = 14$

$+\frac{2}{3},$ to iest: srebra w robocie wzmian-

kowaney proba 14 z 12 gran. Wszakże, ie-

żeli srebro to 14 próby z $\frac{2}{3}$, więc grzywna

zawiera w sobie łotów srebra $14 + \frac{2}{3}$, a

miedzi $1 + \frac{1}{3}$. A że w tej robocie jest

uncyi 12, czyli: $\frac{3}{2}$ grzywny, więc łot $1 + \frac{2}{3}$

$\frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{6} = 2$ łotom, czyli uncyi 1 miedzi, która przymieszana. C. B. D. R.

4. Daymy, że kto daie 15 łotów srebra 14 próby do roboty, która w wadzie traci wagi swojej łot $1 + \frac{5}{8}$. Pytam, ile łotów miedzi do srebra w tej robocie przymieszanych, i jaka próba srebra?

REZOLUCYA.

Pierwszej części. Pomiar pierwszy: $x + y = 15$, czyli: $x = 15 - y$.



$$\text{Drugi: } \frac{x}{10} + \frac{y}{8} = 1 + \frac{5}{8}, \text{ czyli:}$$

$$\frac{13}{8} \text{ Gubiąc frakcye: } x + \frac{10y}{8} = \frac{130}{8},$$

$$\text{czyli: } 8x + 10y = 130. \text{ Zakładając cenę } x, \\ 120 - 8y + 10y = 130, \text{ czyli: } 2y = 10, \text{ czy-}$$

$$\text{li: } y = \frac{10}{2} = 5. \text{ Więc } x = 15 - y = 15$$

$$- 5 = 10. \text{ Przymieszka więc miedzi jest } 5$$

$$\text{łotow do } 10 \text{ srebra. Wszakże: } 1. \frac{1}{10} :: 10.$$

$$\frac{10}{10} = 1, \text{ tudzież: } 1. \frac{1}{8} :: 5. \frac{5}{8}. \text{ A że}$$

$$1 + \frac{5}{8}, \text{ jest to strata wagi w wodzie robo-} \\ \text{ty. Więc i t. d.}$$

REZOLUCYA.

Drugiey części. Przez Rezolucyą części pierwszy pokazało się w tey robocie srebra danego 14 próby 10 tylko łotow, więc łoty te dzieląc przez dane do roboty łoty, to jest: przez 15, na części grzywny obroczone (co zawsze w podobnych Rezolucyach zachować

się ma) czyli przez $\frac{15}{16}$, będzie: $\frac{16}{15} \times \frac{10}{1}$

$\frac{160}{15} = 10\frac{2}{3}$, czyli: $10\frac{2}{3}$, czyli pro-

ba srebra w teyże robocie 10 z 12 gran. Wszakże, jeżeli grzywna takiego srebra jest

10 próby z $\frac{2}{3}$, toć ma w sobie srebra da-

nego łotow $10\frac{2}{3}$, a miedzi resztę, to

jest: łotow $5\frac{1}{3}$. A że robota ta waży

łotow 15 czyli $\frac{15}{16}$, więc $5\frac{1}{3} \times \frac{15}{16}$ czy-

li: $\frac{16}{3} \times \frac{15}{16} = \frac{240}{48} = 5$ łotow miedzi

odkrytey w robocie. Więc i t. d.

5 Daymy, że dał kto na robienie na-
czyń srebra 12 próby grzywien 30, które
zrobione i na kamieniu Probierkim doświad-
czane, pokazały też samą prawie próbę sre-
bra, to jest: 12, lecz zważone w wodzie,
więcey straciły wagi swojej, niż powinny.

Straciły bowiem grzywien $3 + \frac{2}{5}$, a nie
 powinny były stracić tylko 3 spęna, ztąd
 poznana przymieszka mosiądzu. Pytam, iak
 znaczna była ta przynieszka, i iaką próbę
 srebra uczyniła?

R E Z O L U C Y A.

Pierwszej części. Pomiar pierwszy: $x + y = 30$, czyli: $x = 30 - y$.

Drugi zaś, ponieważ mosiądz nie różni
 się się istotnie od miedzi, gdyż jest miedzią z
 pewną glinką dla glancu zmieszaną i przeczy-
 szczoną, zatym ciężkość mosiądzu iak i
 miedzi do ciężkości wody jest iak 8 do 1,

$$\text{przeto będzie: } \frac{x}{10} + \frac{y}{8} = 3 + \frac{2}{5}$$

$$\frac{17}{5}, \text{ czyli gubiąc frakcye: } x + \frac{10y}{8} = \frac{170}{5} \\ = 34. \text{ Czyli: } 8x + 10y = 272. \text{ Zakładając} \\ \text{zaś cenę } x, 240 - 8y + 10y = 272, \text{ czyli:}$$

$$2y = 32, \text{ czyli: } y = \frac{32}{2} = 16, \text{ Więc } x =$$

$30 - y = 30 - 16 = 14$. Prawdziwie Zydo-
 wska przymieszka, gdyż do 14 grzywien sre-
 bra,

bra, 16 miosądzu przymieszanych. Wszakże : 1.

$$\frac{14}{10} : \frac{14}{10} = 1 \text{ — } \frac{4}{01} = 1 \text{ — } ; \text{ tudzież : } 1.$$

$$\frac{1}{8} : \frac{16}{8} = 2. \text{ A że } 2 \text{ — } 1 \text{ — } =$$

3 — stracie wagi w wodzie roboty. Więc
i t. d.

R E Z O L U C Y A

Drugiej części. Ponieważ do 14 grzywien srebra, 16 miosądzu przymieszać Złotnik, więc te grzywny nierownie podlejsze być muszą od danych do roboty próby 12 grzywien, ktorey szukając, obroć 14 grzywien na łoty, będzie $14 \times 16 = 224$, a te podzieliwszy przez 30 grzywien danych do roboty,

$$\frac{14}{14} : \frac{16}{16} = 7$$

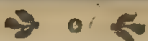
Wieloraz 7 — , czyli : — pokaże próbę

srebra w robocie 7, z 8 przeszło gran.

Wszakże jeżeli grzywna srebra tej jest próby, toć ma w sobie srebra danego łotow 7 —

— , a resztę, to jest : 8 — miosądzu,

a że takich tu grzywien jest 30, więc 8



$$+ \frac{8}{30} \times 240 = 256 \text{ fotow.}$$

czyli : $\frac{16}{16} = 16$ grzywien mofiadzu, ia-

ko się w robocie odkryło. C. B. D. R.

REZOLUCYA

Ogólna tych wszystkich przymieszek.

Niech będzie robota Żłotnicza iakieykol-
wiek wagi $=a$, strata zaś w wodzie wa-
gi teyże roboty $=b$. Gdy więc robota ta
nie tyle traci wagi swoiey w wodzie, ile
kruszc dany na nią w proporcyi ciężkości
swoiey do ciężkości wody tracić powinien,
znak iest przymieszanego podleyszego kruszca
do danego; niech więc pierwszego kruszca
strata wagi w wodzie będzie $=c$, drugiego
zaś $=d$. Ilkość na koniec pierwszego kru-
szca w robocie niewiadoma $=x$, drugiego
 $=y$. Wypadnie pomiar pierwszy $x+y=a$,
czyli: $x=a-y$.

Ze zaś kruszców tych zmieszanych strata wagi w wodzie równa być powinna stracie wagi w tejże wodzie samej roboty, więc zrównawszy tamte dwie straty z tą trzecią, wypadnie drugi pomiar. Lecz że pierwsze owe dwie straty są niewiadome, wynaleść je trzeba przez Regułę proporcji: iak się ma 1,

(to jest: funt, grzywna, uncya, łot i t. d., pierwszego kruszca do roboty danego) do c, czyli straty wagi swojej w wodzie, tak się ma x, czyli ilkość tegoż kruszca w robocie niewiadoma do straty swojej w wodzie, będzie ta $=cx$; potem, iak się ma 1 do d, tak y do swojej straty, a ta będzie $=dy$, a zatym drugi pomiar będzie: $cx + dy = b$; zakładając zaś cenę x za cx, będzie: $ac - cy + dy = b$, czyli przenosząc: $dy - cy = b - ac$, czyli dzieląc przez d - c: $y = \frac{b - ac}{d - c}$.

A ten ostatni pomiar z pierwszego $d - c$

ceną $x = a - y$, jest ogulnym prawidłem, za którego pomocą z wielką łatwością rezolwować się mogą Zagadnienia o doświadczeniu przymieszek kruszczowych dotąd rezolwowane, i tym podobne. Obaczmy to w kilku przykładach wyżej przytoczonych.

I. Tak np. stosując to prawidło do 1 przykładu przymieszek srebra do złota, będzie:

$$\begin{array}{ccccccc} & & I & & I & & I \\ \text{dzie: } a & = & 6, & b & = & \frac{1}{3}, & c & = & \frac{1}{19}, & d & = & \frac{1}{10}, \end{array}$$

$$b - ac = \frac{1}{3} - \frac{1}{6 \times 19} = \frac{1}{3} - \frac{1}{114} = \frac{38}{114} - \frac{1}{114} = \frac{37}{114}$$

$$\text{a zatym, } y = \frac{\frac{37}{114}}{\frac{1}{10} - \frac{1}{19}} = \frac{\frac{37}{114}}{\frac{19}{190} - \frac{10}{190}} = \frac{\frac{37}{114}}{\frac{9}{190}} = \frac{37}{114} \times \frac{190}{9} = \frac{37 \times 190}{114 \times 9} = \frac{37 \times 10}{6 \times 9} = \frac{370}{54} = \frac{185}{27}$$

czy-



1 6

3 19

czyli: $\frac{3}{19}$, czyli obrociwszy fra-

1 1

10 19

19—18

57

kcyę do icdnego Mianownika $\frac{57}{19-10}$

19—10

190

1

57

czyli: $\frac{57}{9}$, czyli: podzieliwszy $\frac{57}{9}$

9

190

190

1

190

$\frac{190}{9} \times \frac{1}{57} = \frac{190}{513}$, czyli: zredukowa-

9

57

513

wszy na terminy mnieysze przez 19, $\frac{190}{513}$

$\frac{10}{27}$, tak, iak wyżey w Rezolucyi uczczegul-

ney i t. d.

II. Stosując też prawidło do przykładu
i przymieszek miedzi do złota, będzie: $a =$

7,

$$7, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{19}, d = \frac{1}{8}, \text{ a zatem } y =$$

$$b - ac = \frac{1}{2} - \frac{1}{19} \times \frac{1}{8} =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{152} = \frac{76}{152} - \frac{1}{152} = \frac{75}{152}$$

$$d - c = \frac{1}{8} - \frac{1}{19} = \frac{19}{152} - \frac{8}{152} = \frac{11}{152}$$

$$\frac{1}{2} - 7 = \frac{1}{2} - \frac{14}{2} = \frac{1-14}{2} = \frac{-13}{2}$$

$$\frac{1}{2} - 19 = \frac{1}{2} - \frac{38}{2} = \frac{1-38}{2} = \frac{-37}{2}$$

$$\frac{1}{8} - 1 = \frac{1}{8} - \frac{8}{8} = \frac{1-8}{8} = \frac{-7}{8}$$

$$\frac{152}{11} \times \frac{5}{38} = \frac{152 \times 5}{11 \times 38} = \frac{760}{418} = \frac{152}{83.6} \approx 1.81$$

$$\frac{11}{38} \times \frac{11}{8} = \frac{121}{304} \approx 0.398$$

$$\text{li: zredukowawszy przez } 38 = \frac{1}{38} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{304}$$

tak, iak wyżej w Rezolucyi szczegulney i tam daley.

III. Stosując toż prawidło do przykła-
du i przymieszek miedzi do srebra, będzie:

$$a = 5, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{11}, d = \frac{1}{8}, \text{ a za-}$$


$$b - ac$$
$$\frac{I}{2} - 5X - \frac{I}{II}$$

tym y_____ , będzie : _____

d—c

I — I
8 II

I — 5

11-10

I

2 11

22

22

I — I

11—8

3

8 II

88

88

88

I

88

22

I

$$\frac{3}{3} \times \frac{22}{22} = \frac{66}{66} = 1 + \frac{22}{66} = 1 + \frac{1}{3}$$

tak, iak wyżej w Rezolucyi szczegulney, i tam daley.

P R Z Y K Ł A D Y.

Przymieszek ołowiu do cyny.

1. **D**Ał kto do robienia naczyń stołowych
cyny Angielskiey funtów 9, które
zrobione, i w wodzie wazone, straciły wagi swo-
iey funt 1+ —, a stracić miały więcej,

11



to jest: $1 + \frac{2}{7}$, gdyż: $1. \frac{1}{7} :: 9.$

$\frac{9}{7} = 1 + \frac{2}{7}$. Co znakiem jest przymieszki ołowiu do cyny.

Dla tego bowiem mniej ta robota wagi swojej straciła w wodzie, że do lepszego cięższy kruszec przymieszany. Pytam więc, w iakiej ilkości przymieszany?

REZOLUCYA

Niewiadome funty cyny $= x$, ołowiu $= y$. Pomiar pierwszy: $x + y = 9$, czyli: $x = 9 - y$.

Drugi: Ponieważ ciężkość cyny do ciężkości wody jest iak 7 do 1, a ołowiu iak 11 do

1, będzie: $\frac{x}{7} + \frac{y}{11} = 1 + \frac{1}{11} =$

$\frac{12}{11}$. Gubiąc zaś frakcye: $x + \frac{7y}{11} =$

$\frac{11}{11} \cdot \frac{12}{11} = \frac{12}{11}$

$\frac{84}{11}$, czyli: $11x + 7y = 84$. Zakładając zaś

11

za x cenę, będzie: $99 - 11y + 7y = 84$,

czyli: $99 - 84 = 11y - 7y$, czyli: $15 =$

$$4y, \text{ czyli: } y = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}. \quad \text{Więc}$$

$$x = 9 - y = 9 - 3\frac{3}{4} = 6\frac{1}{4}$$

$$5 + \frac{4-3}{4} = 5 + \frac{1}{4}. \quad \text{Wszakże: } 1.$$

$$\frac{1}{7} :: 5 + \frac{1}{4} \quad (\text{czyli: } \frac{21}{4}) \quad \frac{21}{28}; \text{ po-}$$

$$\text{tym: } 1. \frac{1}{11} :: 3 + \frac{3}{4} \quad (\frac{15}{4}) \quad \frac{15}{44}.$$

$$A \text{ że } \frac{21}{28} + \frac{15}{44} = \frac{924 + 420}{1232} = \frac{1344}{1232}$$

$$= 1 + \frac{1}{1232} = 1 + \frac{1}{1232}, \text{ stracie wagi w}$$

wodzie roboty, więc niepochybnie cyny było funtów $5 + \frac{1}{4}$, czyli i łotów 4, a oło-

wiu funtów $3 + \frac{3}{4}$, czyli i łotów 12. C.

B. D. R.

2. Dał kto do robienia naczyń cyny czystey funtów 32, które zrobione i w wodzie ważone straciły wagi swojej funtów tyl-

ko

ko 4, a stracić miały funtów $4 + \frac{4}{7}$, gdyż

I. $\frac{1}{7} : : 32. \frac{32}{7} = 4 + \frac{4}{7}$; musi więc

być w nich przymieszka ołowiu. Pytam, iak wielka?

REZOLUCYA.

Niewiadome funty cyny $= x$, ołowiu $= y$. Pomiar pierwszy: $x + y = 32$, czyli: $x = 32 - y$.

Drugi: $\frac{x}{7} + \frac{y}{11} = 4$. Gubiąc fra-

kcy: $x + \frac{7y}{11} = 28$, czyli: $11x + 7y =$

308. Zakładając cenę x : $352 - 11y + 7y$
 $= 308$, czyli: $44 = 4y$, czyli: $y =$

$= 11$. Więc $x = 32 - y = 32 - 11 = 21$.

Wszakże: I. $\frac{1}{7} : : 21. \frac{21}{7} = 3$; tudzież:

I. $\frac{1}{11} : : 11. \frac{11}{11} = 1$. A że $3 + 1 = 4$



4 stracie wagi w wodzie roboty, więc było
wniey 21 funtow cyny, a 11 ołowiu. C.
B. D. R.

REZOLUCYA

O Gulna Zagadnieniow o przymieszkach ołowiu do cyny może być za pomocą poprze-

dzającego prawidła, $y = \frac{b-ac}{d-c}$, wspan go

obrociwszy, czyli: na miejscu pierwszych terminow drugie położywszy, a na miejscu drugich pierwsze tak, żeby odciążne dodatne, a dodatne odciążnemi się stały, z przyczyny mniejszey straty wagi w wodzie ołowiu

niż cyny, żeby zatym było: $y = \frac{ac-b}{c-d}$.

Tak przystosowawszy to prawidło do przykła-

du 1, będzie: $a=9$, $b=1$, $c=11$, czyli:

$$\frac{12}{11}, c = \frac{1}{7}, d = \frac{1}{11}, \text{ a zatym } y =$$



$$\begin{array}{r} \text{ac} - \text{b} \quad 9 \times \frac{1}{7} - \frac{12}{11} \quad \frac{9}{7} - \frac{12}{11} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c} - \text{d} \quad \frac{1}{7} - \frac{1}{11} \quad \frac{1}{7} - \frac{1}{11} \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{99 - 84}{15}$$

$$\begin{array}{r} \frac{77}{11 - 7} \quad \frac{77}{4} \quad \frac{77}{4} \times \frac{15}{77} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1155 \quad 231 \\ \hline 308 \quad 308 \end{array}, \text{ czyli (zredukowa-}$$

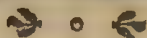
wszy przez 77) $+\frac{3}{4}$, tak, iak wyżej w

Rezolucyi szczegulney. Tak też przystoso-

wawszy do Przykładu 2, będzie $a = 32$, $b =$

$$\text{ac} - \text{b} \quad 32 \times \frac{1}{7} - 4 \quad \frac{32}{7} - 4$$

$$\begin{array}{r} \text{c} - \text{d} \quad \frac{1}{7} - \frac{1}{11} \quad \frac{1}{7} - \frac{1}{11} \\ \hline \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 32 \text{ — } 28 \\
 \hline
 7 \\
 \hline
 11 \text{ — } 7 \\
 \hline
 77 \\
 \hline
 308
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 4 \\
 \hline
 7 \\
 \hline
 4 \\
 \hline
 77
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 77 \\
 \hline
 4
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{r}
 4 \\
 \hline
 7
 \end{array}$$

$\text{— } \frac{308}{28} = 11$ tak , iak wyżej i tam daley.

Przeſtroga. We wſzytkich tych ſzczegulnych i ogulnych Reſolucyach pomnieć należy o owych częſciach kruszców , ktore odchodzą w ogniu i giną w robocie , żeby ie odciągnąć od ilkoſci przednieyſzego kruszca do roboty danego , a przydać do ilkoſci przy-mieszaney podleyszego kruszca , podług nauki pod Zadaniem 4 w punkcie III. daney. Tak np. w 5 Przykładzie przymieszek miedzi do srebra , z danych 30 grzywien srebra 12 proby , 14 tylko grzywien z przymieszką 16 miedzi w robocie pokazało ſię. Może ſię Złotnik na ſtratę srebra w ogniu odwoływać , ale może ſtrata ta być tak wielka ? Wiemy , że

w robocie srebra odchodzi $\frac{1}{2}$ od 100 grzywien , iakże od 30 odeyść mogło 16 ? Prawda , że to srebro nie było czyſte , bo proby 12 , więc każda tego srebra grzywna miała w ſobie czyſtego srebra 12 ſotow , a 4 miedzi ,

dzi, więc w 30 grzywnach takiego srebra,
było srebra czystego łotow $12 \times 30 = 360$,
360 $\div 16 = 22 \frac{1}{2}$ 8

czyli: grzywien $\frac{16}{16} = 22 \frac{1}{2}$ —, czyli:
16 16

I

— . Więc jeżeli od 100 grzywien odchodzi

2

I

— , ileż odejdzie od $22 \frac{1}{2}$ — , czyli: od
2 2

45

45

9

— ? Oto $\frac{45}{2} = \frac{9}{2}$, to jest: prze-

2

400

80

szło 3 łoty; lecz daymy, niech i drugie trzy
8

łoty, niech całe —, to jest: półgrzywny
16

odeszło, więc w robocie przynajmniej speł-
na 22 grzywien czystego srebra, albo dane-
go próby 12 grzywien 29 z okładem zostać
powinno, a tak ściśle rzeczy biorąc, od 30 grzy-
wien danego do roboty srebra, dla przerze-
czoney straty nie należałoby odciągać, procz
wzmiankowanych kilku łotow, a reszty straty
u Złotnika poszukiwać, i t. d.





ZADANIE V.

Jak się na pomiary obracać i rozwiązywać Zagadnienia proste określone, w których równie między ilościami względy czyli proporcye zachodzą?

ROzumiem, że Uczący się Algebry zasięgnęli wiadomości o proporcjach z Arytmetyki. Wiedzą tedy, że proporcya czyli wzajemny i równy iednych ilości do drugich względ, inny jest Arytmetyczny, a inny Geometryczny. Arytmetyczny jest, kiedy uważa się w ilościach równowzględnych przewyżka iednego terminu nad drugi. Geometryczny zaś, kiedy się uważa umieszczenie, czyli wielokrotne zamknięcie iednego terminu w drugim. Wiedzą zatym i to, że w proporcyi Arytmetyczney z czterech terminow złożoney, summa pierwszego i ostatniego terminow, wyrównywa summie drugiego i trzeciego. W proporcyi zaś Geometryczney czterech terminow, produkt pierwszego i ostatniego równa się produktowi obydwóch średnich. A ztąd łatwo wniesć mogą, iak się Zagadnienie, w którym się Arytmetycznie lub Geometrycznie równowzględne trafiają terminy, na pomiary obraca.

Oto nayprzod: Gdy summę terminow Arytmetycznie równowzględnych pierwszego i ostatniego zrownasz z summą drugiego i
trze-

trzeciego, proporcją Arytmetyczną w pomiar Algebraiczny zamienisz.

Powtore : Gdy produkt terminow Geometrycznie równowzględnych pierwszego i ostatniego zrównasz z produktem drugiego i trzeciego, będziesz miał proporcją Geometryczną w Algebraiczny pomiar zamienioną. Takie mając pomiary, czynić z niemi to wszystko będziesz, co się podług danych Przepisow wyżej czyniło dotąd z inszemi, a ułatwisz i rozwiążesz Problema.

P R Z Y K Ł A D Y.

W których się Geometryczna proporcya na pomiary obraca.

Z A G A D N I E N I E I.

Sokrates spytany, ktoraby była ranna godzina? Godziny, odpowie, od pońnocy upłynione do godzin do pośudnia pozostałych tak się mają, iak 2 do 3. Pytam, ktoraby była godzina zapytana?

R E Z O Ł U C Y A. I.

Upłynione od pońnocy godziny nazywam x , pozostałe więc do pośudnia będą $12 - x$. Będą zatym cztery terminy Geometrycznie równowzględne : $x.12 - x :: 2.3$. to jest :

tak



tak się mają godziny niewiadome od pońnocy upłynione x , do godzin do południa pozostałych $12 - x$, iak 2 do 3. A przeto produkt pierwszego i ostatniego z produktem drugiego i trzeciego, zrownany uczynią pomiar następujący :

$$3x = 24 - 2x.$$

Przenosząc :

$$5x = 24$$

$$\text{Dzieląc : } x = \frac{24}{5} = 4 \frac{4}{5}.$$

Była więc godzina ranna 4 i minuta 48. Jakoż : $4 + 48.7 + 12 :: 2.3$. to jest : tak się mają godzin 4 i minut 48 do godzin 7 i minut 12 iak 2 do 3. Albowiem zredukowawszy godziny na minuty będą 4 terminy proporcjonalne : $288. 432 :: 2. 3$. gdyż $288 \times 3 = 864$, $432 \times 2 = 864$. C. B. D. R.

R E Z O L U C Y A II.

Można to Problema przez terminy ogólne rezolwować. Niech będą godziny od pońnocy upłynione $= x$ pozostałe zaś do południa $= a$, będzie reszta godzin do południa $= a - x$, proporcya zaś godzin upłynionych do pozostałych niech będzie iak n do m , wypadną terminy proporcjonalne : $x. a - x :: n. m$.

A z nich pomiar : $mx = na - nx$.

Przenosząc niewiadomą do niewiadomey, będzie : $nix + nx = na$.

Dzieląc przez $m+n$ będzie : $x=$

na

—

$m+n$

Daymy , że $n=2$, $m=3$, $a=12$,

24

4

będzie : $x= \frac{24}{5} = 4 + \frac{4}{5}$ godzinom

5

5

4 , minutom 48. Albo daymy , że : $n=5$,

60

$m=1$, $a=12$, będzie : $x= \frac{60}{6} = 10$.

6

Będzie zatem godzina 10 ranna. Czego do-
świadczyć można tym sposobem , którym Re-
zolucyi pierwszej.

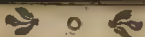
ZAGADNIENIE II.

Chart za zaiącem goni , i ieden od drugiego
na 100 krokow iest daleki , szypkość zaś
charta , do szypkości zaiąca iest , iak 3 do
2. Pytam , po wielu krokach chart dogoni
zaiąca ?

REZOLUCYA.

Nim chart ubieży 100 krokow , za kto-
re biorę a , zaiąc tym czasem iakieś także
ubieży kroki , nazywam x , będą zatem kro-
ki , ktore ma chart ubiec $= a+x$. A za-
tym cztery wypadną równowzględne terminy :

$a+x$



$a+x$. $x :: 3. 2.$ których produkta uczynią następujący pomiar: $2a+x=3x$.

Przekładając: $2a=3x-x$.

Odcinając: $2a=x=200$.

Więc zając ubieży kroków 200, toć charta kroki: $a+x=300$.

Po tylu więc krokach dogoni chart zając. Albowiem 300. 200 :: 3. 2. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE III.

Zegarmistrz robić mając Zegarek z dwoma indexami, iednym godzinny, a drugim minutowym takim, żeby gdy index godzinny na iedną się usunie godzinę index tymczasem minutowy dwonastogodzinny obwód obiegł, a zatym dwanaście razy prędczy się obracał, chcę wiedzieć w których punktach dwa te indexy zeydą się, i prosi Algebrysty, aby ie wyznaczył. Pytam, iak ie można wynaleść, i wyznaczyć?

R E Z O L U C Y A.

Daymy, że obydwie te indexy ustanowione są na godzinie 12. Gdy więc obrot swój zacząną, nim index godzinny przyidzie do godziny do południa pierwszej, index minutowy powinien okrążywszy cały obwód, powrócić do godziny znowu 12, i na niey stać. Niechże index minutowy przed złączeniem się z indexem godzinny obieży przeciąg

ciąg obwodu x , więc index godzinny obiegłszy przeciąg iednogodzinny, to iest: przeciąg godziny pierwszej, w rzeczy samey ubieży: $x-1$. Ze zaś minutowy index dwanaście razy prędzey za godzinny obraca się, obrot iego do obrotu drugiego będzie iak 12 do 1. Wypadną więc 4 równowzględne terminy: x .
 $x-1$: : 12. 1.

A ztąd pomiar: $x=12x-12$.

Przekładając: $12=12x-x$.

Odcinając: $12=11x$.

Dzieląc przez 11: $x=\frac{12}{11}$.

Czyli: $x=1+\frac{1}{11}$;

x zaś iest obieg indexa minutowego, więc obieg indexa godzinnego $x-1$ będzie: $=$

$\frac{1}{11}$. A zatym index minutowy złączy się z

indexem godzinnym, kiedy ten po godzinie pierwszej, drugiey godziny część $\frac{1}{11}$ ubieży,

i to pierwszy punkt iest, w którym indexy obydwu pierwszy raz zeydą się. A ztąd łatwo innych punktów, w których łączyć się będą doysć można. Jeżeli bowiem indexy te będąc razem złączone na godzinie 12, zno-

wu się złączyły po godzinie $1 \text{ i } \frac{1}{2}$, toć i po-
wtore złączą się po tymże upłynionym czasie,
to jest: po godzinie $1 \text{ i } \frac{1}{2}$, a zatym drugi
raz złączą się po godzinie $2 \text{ i } \frac{2}{3}$, trzeci raz
po godzinie $3 \text{ i } \frac{3}{4}$ i tak daley, na koniec sta-
ną obydwa na godzinie $11 \text{ i } \frac{11}{12}$ czyli na go-
dzinie 12. C. B. D. R.

Masz tego wizerunek następujący.

$$\begin{array}{l} \text{I} + \frac{1}{11} \text{ II} + \frac{2}{11} \text{ III} + \frac{3}{11} \text{ IV} + \frac{4}{11} \text{ V} + \frac{5}{11} \text{ VI} + \frac{6}{11} \\ \text{VII} + \frac{7}{11} \text{ VIII} + \frac{8}{11} \text{ IX} + \frac{9}{11} \text{ X} + \frac{10}{11} \text{ XI} + \frac{11}{11} \\ = \text{XII.} \end{array}$$

Tym samym sposobem odkryć i wyznaczyć można punkta czyli miejsca, w których się Planety iedne z drugimi np. Xiężyc z Słońcem, albo raczey z ziemią schodzą, lub łączą, byle ten, który tę rachubę przedsięwzię, miał sobie wiadomy każdej w szczególności Planety obrot, to jest: liczbę lat, mie-

mieściący, tygodniow i t. d., w przeciągu ktor-
 ych, każda z nich cały okręgu swego obieg
 odprawuie, ktorey wiadomości zasięgnąć trze-
 ba z Fizyki szczegulney i Astronomii.

ZAGADNIENIE IV.

TRzeciemu podobne. Bywają zegarki z troi-
 stem indexami, iednym godzinnym, dru-
 gim pierwszominutowym, a trzecim drugo-
 minutowym. Wszystkie wprawdzie trzy ra-
 zem od iednego punktu np. od godziny 12,
 obrot swoy zaczynają, ale wnet iedne dru-
 gich wyprzedzą, gdyż pierwszominutowy poy-
 dzie sześćdziesiąt razy prędzey niż godzinny,
 a drugominutowy sześćdziesiąt razy prędzey
 niż pierwszominutowy. Pytam więc w kto-
 rym punkcie obrotu swego indexy minutowe
 z sobą się zeydą?

R E Z O L U C Y A.

Ponieważ index drugominutowy w prze-
 ciągu iedney pierwszej minuty cały swoy
 obrot odprawuie, więc po tej minucie powro-
 ci do punktu godziny dwunastej, od ktorey
 obrot swoy zaczął, a tymczasem index pier-
 wszominutowy pomknie się na iedną minutę
 od godziny dwunastej ku pierwszej. Punkt
 więc w ktorym się obydwu znowu razem zey-
 dą, niech będzie x , że zaś pierwszominuto-
 wy, od drugominutowego na minutę iedną jest
 pom-

pomknięty, będzie pierwszego od godziny dwunastej odległość $= x + 1$, drugiego zaś $x - 1$, a że drugominutowy sześćdziesiąt razy prędzej bieży od pierwszominutowego, będzie bieg tego do biegu tamtego, jak 60 do 1, a zaty m wypadną 4 terminy równowzględne:

$$x. x - 1 :: 60. 1.$$

A ztąd pomiar: $x = 60x - 60$.

$$\text{Czyli: } 60 = 60x - x = 59x.$$

$$\text{Czyli: } x = \frac{60}{59} = 1 + \frac{1}{59}.$$

Zeydą się tedy dwa te indexy po godzinie dwunastej minucie pierwszy przy końcu iedney pięćdziesiątej dziewiętej części minuty drugiej. Czego nie trudno dowieść, gdyż obydwa te indexy w równej od godziny dwunastej odległości zeyść się powinny; a że odległość indexu pierwszominutowego $= 1 +$

$\frac{1}{59}$, odległość także drugominutowego sześć-

dziesiąt razy prędzej idącego $= 60x$, czyli zakładając za x cenę jego wynalezioną, to

jest: $\frac{1}{59}$, a podłożywszy 1 pod 60, jest

$$\frac{60}{1} \times \frac{1}{59} = \frac{60}{59} = 1 + \frac{1}{59}, \text{ więc odle-}$$

głość przerzeczona jest równa. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE V.

NA wzor dwóch poprzedzających Problematow wiele innych podobnych można rezolwować. Tak np. rezolwować się może Zagadnienie Zenona Filozofa wyżej solwowane (Zagad. 22) Daymy albowiem, że Achilles sto razy prędzey bieży od żołwia na milę odległego, będzie nayprzod droga, którą odprawi żółw tymczasem, nim go Achilles sto razy prędzey dogoni $=x$, powtore: droga Achillesa $=x+1$.

Ze zaś szypkość Achillesa do szypkości żołwia ma się iak 100 do 1, więc 4 terminy Geometrycznie proporcjonalne będą: $x+1$. x . :: 100 1. Odmieniając proporcją na pomiar, będzie: $100x=x+1$.

Czyli: $100x-x=1$.

Czyli: $99x=1$.

1

Czyli: $x=\frac{1}{99}$.

99

Więc nim Achilles dogoni żołwia, żółw

$\frac{1}{99}$ drugiey mili ulezie, a zatym zeydą się

za milę 1 i $\frac{1}{99}$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VI.

DO kopania kanału, lub szlamowania stawu trzy się grabarzow kompanie ofiarują.

Pier-



Pierwsza obiecuie dzieło to zakończyć w przeciągu 20 Miesięcy, druga w przeciągu Miesięcy 15, a trzecia w przeciągu Miesięcy 12. Pan do tey roboty wszystkich trzech razem Grabarskich owych kompanii chce użyć, spodziewając się, że każda z nich słowu dotrzymując, przyspieszać roboty będzie tak, iak gdyby każda z osobna w przyrzeczonem czasie miała ją skonać. Pyta zatem w iakim czasie przedsięwzięte dzieło od troiśtych Grabarzow będzie zakończone?

R E Z O L U C Y A

Nazwiemy kopanie to, albo szlamowanie c; z warunkow Zagadnienia, oczywiście się pokazuje, iż w przeciągu iednego Miesiąca, pierwsza kompania Grabarzow zrobi dwudziestą część przerzeczonego dzieła, gdyż całego dzieła dokończyć obiecywała w przeciągu 20 Miesięcy, druga zaś zrobi 15 część, a trzecia część 12, a zatem część wykopanego kanału, albo stawu wyszlamowanego przez

$$\text{Miesiąc } c \text{ będzie: } = \frac{c}{20} + \frac{c}{15} + \frac{c}{12}$$

czyli zredukowawszy frakcyę te do iednego Mianownika, i dodawszy ie, będzie: =

$$\frac{12c}{60} + \frac{c}{5} = \frac{13c}{60} \quad \text{Piąta tedy część owej ro-}$$

boty za Miesiąc ieden od trzech Grabariskich kompanii będzie zakończona. To mając uło-

żyć trzeba Regułę proporcyi: —, czyli 5
 część kanału do roboty wyciąga 1 Miesiąc,
 iakiegoż czasu wyciągać będzie całego kana-

łu wyrobienie $=c$, będzie: —. I :: c. x.

Czyli mnożąc termin drugi przez trzeci,
 będzie produkt $=1c$, czyli c, a dzieląc przez

pierwszy, będzie: $\frac{c}{5} = 5$. Będzie tedy:

x = 5. Za 5 więc Miesięcy dzieło całe skoń-

czone będzie. Albowiem przez 5 Miesięcy
 kompania pierwsza robi —, gdyż 5 jest
 czwartą częścią liczby 20. Kompania zaś

druga robi —, gdyż 5 jest trzecią częścią
 15.

15. Kompania na koniec trzecia robi $\frac{5}{12}$,

gdyż ieden Miesiąc będąc $\frac{1}{12}$, Miesięcy 5

muszą być $\frac{5}{12}$, a zatym roboty tej części

razem wszystkie wzięte $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$
 wyrownają całemu dziełu. O czym łatwo się
 każdy przeświadczy, gdy te frakcye do Mia-
 nownika 12 zredukuje. Zredukowane bowiem,
 będą $\frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{12}{12}$ czy-
 li równe całemu przedsięwziętemu dziełu c.
 G. B. D. R.

ZAGADNIENIE VII.

UBogi Student do Pana przyszedłszy, o wspo-
 możenie prosi. Ten wyrozumiawszy z
 niego, iż się Matematyki uczy, mam, rze-
 cze, u siebie Czerwonych Złotych Węgier-
 skich w pięcioro więcej, niż Hollenderskich,
 przydawszy zaś do Węgierskich, które mam,
 jeszcze 4, a do Hollenderskich 6, Węgier-
 skich już bym tylko we czworo miał więcej
 niż Hollenderskich, to jest: summa Czerwo-
 nych Złotych Węgierskich do summy Hol-
 lenderskich miałaby się iak 4 do 1. Jeżeli
 zgadniesz, ile jednych, i drugich mam, we-
 zmiesz w nadgradę Czerwony Złoty 1. Py-
 tam iak to zgadnąć?

REZOLUCYA.

Summa Czerwonych Złotych Hollenderskich niech będzie: x . Więc Węgierskich $5x$. A dodawszy do Węgierskich 4, będzie: $5x+4$, do Hollenderskich 6, będzie: $x+6$. Ponieważ zaś tak pierwsze mają się do drugich, iak 4 do 1, będą zatym równowzględne terminy: $5x+4$. $x+6$:: 4. 1

Obrociwszy na pomiar, będzie: $5x+4 = 4x+24$.

Przekładaiąc: $5x - 4x = 24 - 4$.

Odciągając: $x = 20$.

Hollenderskich tedy miał 20, a zatym Węgierskich $5x$, to jest: 100. Dodawszy zaś do pierwszych 6, do drugich 4, będzie 104. 26 :: 4. 1. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VIII.

Jest między inszemi w Wiedniu Kościół S. Piotra kształtu okrągłego, którego śröd-kowa linia czyli dyameter zawiera w sobie stop 70. Pytam iaki tego Kościoła obwód czyli cyrumferencya, i iaka rozciągłość płaszczyzny, na której stoi?

REZOLUCYA.

Tego Zagadnienia zależy od owej sławney Geometryczney proporcji, o doskonałym wymierze koła czyli cyrkusu, z której



zawołane owe między Matematykami, a do-
tąd jeszcze nieułatwione wyniknęło Zadanie, o
przerobieniu koła na czworogran doskonały,
czyli cyrkułu na kwadrat. Było kilku w na-
szym wieku uczonych ludzi, którzy się z zupeł-
nym Rezolucyi tych Zagad. wynalezieniem o-
głosili, lecz w ich wynalazkach zawsze iakąś od-
kryto wadę. Pracuiący iednak od dawnych
czasow nad doysciem tey tajemnicy Matema-
tycy, zgodzili się na taką obwodu kołowego
do dyamentru tegoż koła proporcya, iaka jest
22 do 7. Zaczym obwód każdego koła trzy
razy kładą większy od swego dyamentru, z przy-

datkiem frakcyi $\frac{1}{7}$, gdyż $\frac{22}{7} = 3 +$

I
— Na zniesienie tey frakcyi niektorzy Zie-

miomiernicy większemi daleko liczbami też
proporcya wyrażają, kładąc obwód koła do
dyamentru iak 314 do 100, albo iak 3141 do
1000. Nigdy atoli w tych proporcjach ob-
wodu do swego dyamentru, bez frakcyi iakieys

nieobeydzie się, gdyż $\frac{314}{100} = 3 + \frac{14}{100}$,

tudzież: $\frac{3141}{1000} = 3 + \frac{141}{1000}$. Lubo w

praktyce żadnego nie ma się względu na tę
fra-

frakcyą, która głowę zawraca Ziemiomiernikom bezpraktycznym. Praktycznie chcąc obowu np., stawu, łąki, Kościoła, lub innej budowli, albo placu obwód, i całą rościągłość okrągłą znaleźć, przedstawiać się zwykło na liczbach z odprawienia Reguły proporcji, lub redukcji pomiarów wypadłych.

Tak w danym Zagadnieniu, i szukając obwodu, będzie jego rościągłość niewiadoma $= x$, a zatym podług tego, co się rzekło, będzie: pomiar : 7. 22 :: 70. x.

$$\text{Czyli : } 7x = 1540.$$

$$1540$$

$$\text{Czyli : } x = \frac{1540}{7} = 220.$$

To jest wymiar obwodu Kościoła rzeczownego. Albowiem 7. 22 :: 70. 220. gdyż iako $7 \times 220 = 1540$, tak $22 \times 70 = 1540$.

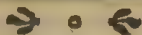
Położywszy zaś drugą proporcją: 100. 314 :: 70. x, będzie: $100x = 21980 = 21980$

$$x = \frac{21980}{100} = 219\frac{8}{10}.$$

Położywszy na koniec trzecią, będzie: 1000. 3141 :: 70. x, czyli: $1000x = 219870$, czyli: 219870

$$x = \frac{219870}{1000} = 219\frac{87}{1000},$$

mało różniące się wymiary tegoż obwodu od pierwszego wymiaru 220, atoli do rzetelnego wymiaru bardziey się przybliżające.



2. Szukając zaś wymiaru całej rozciągłości, czyli płaszczyzny, na której ow Kościół stoi, dosyć będzie znaleziony obwód = 220 stopom przez połpromienia czyli czwartą część dyamentru, to jest: przez $\frac{70}{4}$, czyli przez

$17\frac{1}{2}$ albo $\frac{1}{2}$, lub przeciwnie, poł ob-

wodu znalezionego $\frac{220}{2} = 110$ przez ca-

ły promień czyli poł dyameter $= \frac{70}{2} = 35$

rozmnożyć, produkt: 3850 da wymiar szukany
i t. d. C. B. D. R.

ZAGADNIENIA

O Defalkach Kupieckich i o Wexlach.

Jest zwyczaj u Kupcow, że jedni drugim towary dają częstokroć na kredyt. Trafia się zatym, że interes Kupca wyciąga, aby towar, który miał brać na kredyt, zapłacił natychmiast, albo żeby umowiony termin wypłacenia uprzedził. A że kredyt zyskowy bywa dla dłużnika, czyli dla tego, który na kredyt co bierze, i rzeczby była całę nieflu-szna i nierozsądna, żeby tenże dłużnik miał się

się wyzuwać z własnego zysku, przeto, gdy on przed terminem wypłaca towar na kredyt wzięty, Kredytor w tym razie dla wyliczonej przed czasem summy, zwykły z niej pewną kwotę wytrącać np. 10, mniej lub więcej od sta, i to wytrącenie od summy rachunkowej nazywa się u Kupców *Escompte*, czyli Defalkata. Ta defalkata Wierzyciela bynajmniej nie pokrzywdza. Bo jeżeli on w dawaniu towaru na kredyt poszukiwał swego zysku, znajdzie tenże sam zysk w gotowych pieniądzech, które choć z defalką, ale wcześniej odbiera, i zarabiać niemi może. Defalkaty więc w Kupiectwie są to duchy niby handel ożywiające, a zatym mieć potrzeba iakieś prawidła, któreby ie w obrębach sprawiedliwości utrzymowały, podług zadawnionych u różnych handlujących Narodów zwyczajów. Względem tak opisanych defalkat mogą się trafić różne zapytania, które na wzor następujących mogą się rézolvować.

ZAGADNIENIE I.

Kupiec za 3850 talerów bitych towaru dać drugiemu Kupcowi na kredyt do jednego Roku. Lecz gotowych potrzebny będąc pieniędzy, zezwala na defalkatę 10 od 100, byle kupiący natychmiast należytą wypłacić summę. Pytam, iaka tu być powinna założoney summy defalkata?



R E Z O L U C Y A.

Przed Rezolucyą tego Zagadnienia uważać trzeba, że ta defalkata 10 od sta jest za rok przyszyły, to jest: za owy zysk, którego biorący na kredyt towar miał na nim w przeciągu jednego roku poszukiwać. Wszakże gdyby mu Kredytor gotowych nie biorąc pieniędzy defalkował na początku roku 10 od 100, defalkowałby zbyt wiele, gdyż biorący na kredyt, przez rok więcejby zyskał, niż 10 od 100 zyskując na towarze taniej, niż za 3850 Talerów bitych wziętym, co by było przeciw umowie. Problema więc tego sama Reguła proporcji nie ułatwi, pytając się: jeżeli 100 da 10, wiele da 3850? gdyż wypadająca ztąd defalkata 385 Talerów bitych odciagniona od 3850, zdawałaby się pokazywać, że dłużnik owy nie powinien natychmiast płacić tylko 3465 Talerów bitych, co zaiste dosyć nie jest. Albowiem gdyby Kredytor znowu defalkował, albo dał na prowizyą te 3465 Talerów bitych po 10 od 100 na rok,

zyskałby 346 $\frac{1}{2}$ Talerów, co dodawszy

do summy całej 3465 nie miałby tylko 3811

$\frac{100}{100} + \frac{10}{100}$ przy końcu roku, zamiast co by był

wziął 3850 Talerów bitych, gdyby był nie defalkował. Trzeba więc tak miarkować, żeby

żeby Kredytor przy końcu roku miał w całości swoje 3850 Talerow bitych, a zatem, żeby pieniądze po defalkacie pozostałe, i do zysku 10 od 100 dodane, wyniosły pełną Talerow bitych 3850. Co dwoiakim się sposobem stać może.

1. Szukając najprzód summy, którą po defalkacie dłużnik wypłacić powinien. Niech będzie summa, która Kredytorowi po defalkacie ma zostać $=x$, ponieważ ta Summa ma zyskać 10 za 100, to jest: część 10 Summy x , więc zysk ten na końcu roku będzie:

$= \frac{x}{10}$, a obydwie te ilkości będą $=$

3850 Talerow bitych. Będzie zatem po

miar: $x + \frac{x}{10} = 3850$.

Gubiąc frakcyę będzie: $10x + x = 38500$.

Czyli: $11x = 38500$.

Nakoniec: $x = \frac{38500}{11} = 3500$.

Dłużnik tedy czyli Kupiec towar na Kredyt biorący powinien Kredytorowi swemu wyliczyć Talerow bitych 3500. Co że tak jest, stąd się pokazuje, iż gdyby Kredytor te pieniądze 3500 dał na kredyt do roku, i wziął procentu po 10 od 100, zyskałby 350 Talerow bitych, a zysk ten przydawszy do

3500



3500, odebrałby od dłużnika przy końcu roku 3850. Lecz że mu natychmiast defalkował, więc defalkata ta wyrównać powinna zyskowi wzmiankowanemu, to jest: musi być = 350 Talerów bitych.

2. Powtórę szukając samej defalkaty, czyli tej summy, która się odciąć powinna od summy umowionej. Namieniło się już, że 3850 Talerów bitych, biorąc procentu po 10 od 100, przyniosą zysku za rok dłużnikowi 385. Więc gdy prosi o defalkatę, nic mu więcej nie należy się defalkować na początku roku, tylko taką summę, któraby dodana do zysku 10 od 100 uczyniła mu procent roczny

$$= 385, \text{ a zatem będzie: } x + \frac{x}{10} =$$

385.

$$\text{Czyli: } 10x + x = 3850.$$

$$\text{Czyli: } x = \frac{3850}{11} = 350. \text{ C. B.}$$

D. R.

Prześroga: Kiedy idzie o procent 10 od 100, dobrze się ow procent wyraża przez

$$\frac{x}{10}, \text{ czyli przez część dziesiątą summy zało-}$$

żonej, bo w samej rzeczy 10 jest dziesiątą częścią 100. Lecz gdyby szło o procent 4 lub 5, albo 6, i t. d. od sta, na ten czas pro-

procent taki nie dobrzeby był wyrażony przez

—, —, —, gdyż czwarta część sta nie

4, ale 25, piąta część nie jest 5, ale 20 i t. d. Dla znalezienia więc, iaka część summy założoney jest rocznym od niey procentem, trzeba podzielić tę sumnę przez iey procent, a Wieloraz pokaże część niewiadomą, którą my odtąd nazywać będziemy kwotą np. pięciu od sta, będzie kwotą procentu

$$\frac{x}{20}$$

ZAGADNIENIE II.

Podobne pierwszemu, ale zawilsze. Bierze

Kupiec na kredyt do roku iednego towar wartuiący Czerwonych Złotych 2680, i chce Kredytorowi zaraz wyliczyć sumnę, byle mu

defalkował z niey po 13 i ^I — procentu rocznego. Warunek przyięty. Chcą się więc dowiedzieć, ile wyniesie defalkata?

R E Z O L U C Y A.

Dla znalezienia kwoty tego procentu najprzed 100, powtorę od summy umowioney: 00.



I
1. Podzielimy 100 przez $13\frac{1}{2}$, albo żeby się pozbyć frakcyi dwoykę pierwszej liczby $=200$ przez dwoykę drugiej $=27$, Wieraz $=7\frac{1}{2}$, będzie kwotą wzmiąnowaną, ale wygodnieyszą mieć będziemy tę samą kwotę bez dzielenia, wyrażając ją poprostu przez frakcyą $\frac{200}{27}$.

27
2. Procent od 2680 Czerwonych Złotych po $13\frac{1}{2}$ od sta przy końcu roku będzie: 2680 podzieliwszy przez $\frac{200}{27}$, albo

(dla zgubienia frakcyi, 2680 mnożąc przez Mianownika 27) podzieliwszy 72360 przez 200, albo jeszcze dla skrocenia roboty odrzucając iedną cyfrę, podzieliwszy 7236 przez

$\frac{4}{5}$, wypadnie $361\frac{1}{5}$. Co na iedno wyniesie, czyniąc Regułę proporcyi: jeżeli 100

dać $13\frac{1}{2}$, wiele da summa 2680 Czer-

wonych Złotych? Wyidzie Czerwonych Złotych $361 + \frac{4}{5}$.

Już się rzekło: że tego procentu od summy umowionej defalkować nie należy zaraz dłużnikowi, gdyż on go nie dostanie aż po roku. Zaczyn summa, którą mu defalkować trzeba będzie $= x$, a ta wraz z procentem,

po $13 + \frac{1}{2}$ od sta za rok od niej należącym, ma wyrownać procentowi rocznemu

Czerwonych Złotych $361 + \frac{4}{5}$. Do wynależenia tego procentu z summy x , trzeba zażyć Reguły proporcji: jeżeli 100 daie $13 + \frac{1}{2}$

—, czyli dwoiąc: jeżeli 200 daie 27, wiele

da x ? Znaydzie się $\frac{27x}{200}$ procent od x , i pomiar będzie: $x + \frac{27x}{200} = 361 + \frac{4}{5}$

Redukując zaś całkowite x do frakcyi przyległej, czyli mnożąc x przez Mianownik

ka 200, i przydając do produktu Licznika $27x$;

$$\text{będzie: } \frac{227x}{200} = 361 + \frac{4}{5}.$$

Gubiąc frakcyę, czyli przez 200 mnożąc

$$361 + \frac{4}{5} \text{ będzie: } 227x = 72200 + 160 = 72360.$$

$$\text{Dzieląc zaś: } x = \frac{72360}{227} = 318 + \frac{174}{227}.$$

$$\frac{174}{227}.$$

$$227$$

A zatem defalkata rzetelna jest Czerwonych Złotych $318 + \frac{174}{227}$, to jest: Czer-

wonych Złotych 318 i Złotych $13 + \frac{7}{227}$

iednego Czerwonego Złotego, Czerwony Złoty rachując po Złotych 17. O czym każdy się przekona, uważając, że summa Czerwonych

Złotych $\frac{72360}{227}$, czyli: Czerwonych Złotych

$318 + \frac{174}{227}$ złożona z procentem icy przy-

niecie rocznego zysku Czerwonych Złotych

$$361 + \frac{4}{5} \text{ . Jeżeli bowiem } 100 \text{ daie } 13 +$$

$\frac{1}{2}$, albo jeżeli 200 daie 27 , wieleż da

$$\frac{72360}{1953720} \text{ ? Da zapewne } \frac{1953720}{45400} = 43 +$$

$$\frac{227}{1520} \text{ , czyli na mnieysze terminy przez } 40$$

$$\text{redukuiąc : } + \frac{38}{1135} \text{ . Dodaiąc więc } \frac{72360}{227}$$

$$\text{Czerwonych Złotych albo } 318 + \frac{174}{227} \text{ do}$$

$$\text{Czerwonych Złotych } 43 + \frac{38}{1135} \text{ , będzie}$$

$$\text{summa Czerwonych Złotych } = 361 + \frac{174}{227}$$

$$+ \frac{38}{1135} = 361 + \frac{4}{5} \text{ ; gdyż obroci-}$$

wszy frakcye do iednego Mianownika , mnożąc
pierwszy obydwia terminy przez 5 , i doda-

1908

wszy obydwie, będzie: ———, a tę zredu-

1135

kowawszy na mniejsze terminy przez 227,

4

będzie: ———. C. B. D. R.

5

Przeſtoga: Częstość ci, dla których się czyni defalkata, nie są w stanie zapłacić ią przed całym rokiem, czasem kilkoma tylko Miesiącami termin wypłacenia uprzedzają. Ale w tym razie iednakż Problematów bywa Rezolucya lubo nieco przydłuższa. Obaczmy to w następującym Przykładzie.

ZAGADNIENIE III.

ZA 7650 Czerwonych Złotych na kredyt towaru bierze Kupiec, któremu Kredytor

2

z tej summy chce defalkować po 7+ —

3

od sta na rok, ieśliby mu ią wypłacił zawczasu. Biorący na kredyt, w pięć dopiero Miesięcy po owej umowie zdobywszy się na wypłacenie, pyta, ile ma z tej summy on sam wypłacić, a Kredytor iego defalkować?

R E Z O L U C Y A

Nayprzod w tym przypadku dłużnik uprzedza wypłacenie 7 tylko Miesiącami, gdyż wypłaca w pięć Miesiący po umowie. Więc jeżeli wypłacenie uprzedzone rokiem całym, czyli dwunastą Miesiącami daie defalkaty 7

²
+ — od sta, wieleż da wypłacenie uprzedzone

³
 siedmią Miesiącami? Wszakże jeżeli 12 daie 7+ —, albo (mnożąc obydwa

³
terminy przez 3) jeżeli 36 daie 23, toć 7
161 17

da zapewne —, czyli 4+ —. Tyle

³⁶ ³⁶
więc defalkować należy od sta, uprzedzając termin wypłacenia siedmią Miesiącami. Po-

¹⁷
wtore: Jeżeli 100 daie defalkaty 4+ —,

³⁶
albo jeżeli 100 daie (redukując 4 do przyle-
161

głej frakcyi) —, wieleż da Czerwonych

³⁶
Złotych 7650? Da niepochybnie Czerwonych

¹
Złotych 342+ —. Lecz iako się tyle ra-

⁸
zy mówiło, nie trzeba tego procentu zaraz de-
fal-



falkować dłużnikowi, gdyż go on zaraz nie może mieć, lecz po siedmiu dopiero Miesiącach, więc trzeba tak daley postąpić: Summa x , którą trzeba defalkować dłużnikowi, z procentem teyże Summy za 7 Miesięcy, przy-

padającym po $\frac{161}{36}$ od sta, powinna być ro-

wna Czerwonych Złotych $342 + \frac{1}{8}$. A że

procent ow jest niewiadomy, więc przez Reg. prop., tak go szukać trzeba: Jeżeli 100 daie

$\frac{161}{36}$ wiele da x ? Znaydzie się $\frac{161x}{3600}$; za-

tym wypadnie pomiar, który Zagadnienie u-

łatwi: $x + \frac{161x}{3600} = 342 + \frac{1}{8}$.

Uwalniając od frakcyi, czyli mnożąc przez 3600 wszystkie inne terminy, i podobne dodając, będzie: $3761x = 1231650$.

Dzieląc będzie: $x = \frac{1231650}{3761} = 327$

$\frac{1803}{3761}$

Defalkata więc w tym przykładzie = Czerwonych Złotych 327, Złotych 8, groszy 4

1846

+ ———. Wszakże biorąc procent tey de-

3761

161

falkaty po ——— od sta, w przeciągu 7 Mie-

36

8741250

sięcy będzie: = 14+ ———, a ten

13539600

procent dodając do summy defalkowanej 327

1803

+ ———, wypadnie procent caſey nie defal-

3761

kowanej summy = 342+ ———. Albowiem

8

1803

14+ 327 = 341, tudzież ——— +

3761

8741250

————— redukując do jednego Miano-

13539600

wnika, to ieſt: mnożąc pierwszą frakcyą przez

6490800 + 8741250

3600, wypada: ——— =

13539600

15232050

1692450

————— = 1+ ———, albo re-

13539600

13539600

dukując na najmnieysze terminy przez Liczni-



ka = $\frac{1}{8}$. Dodawszy tedy 1 do 341, bę-

dzie: $342 + \frac{1}{8}$, to jest: procent od całej summy nie defalkowanej za 7 Miesięcy. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

TAkież, iakie było poprzedzające, lecz wspak obrocone. Bierze Kupiec na kredyt za 2680 Czerwonych Złotych towaru na rok ieden, a wypłacać go zaraz z defalkatą Czerwonych Złotych $\frac{72360}{227}$, chce wiedzieć, iaką defalkatą przypada na rok od sta?

R E Z O L U C Y A.

Defalkata ta niewiadoma niech będzie $=x$. Więc jeżeli 100 daie x, wiele da $\frac{2680x}{100}$, a ta druga defalkata

musi być znaczniejsza od owej $\frac{72360}{227}$ pod

czas umowy przyrzeczoney, ponieważ $\frac{72360}{227}$

dodając do procentu rocznego nie więcej uczynić powinna, iak: $\frac{2680x}{100}$, to jest: wyrownać

powinna defalkacie summy 2680. Zeby tedy

znaleść roczny procent od $\frac{72360}{227}$, trzeba

przez Reg. prop. zapytać: jeżeli 100 dać x

przez rok, wieleż da przez tenże czas $\frac{72360}{227}$?

Wyidzie procent $= \frac{72360x}{22700}$, a tak uło-

ży się następujący pomiar: $\frac{72360}{227} +$

$$\frac{72360x}{22700} = \frac{2680x}{100}$$

Czyli defalkata z procentem rocznym, wyrowna defalkacie całej summy 2680.

Przenioſszy w tym pomierze niewiado-
mą ilkość do niewiadomey, będzie: $\frac{72360}{227}$

$$\frac{2680x}{227} = \frac{72360x}{227}$$

100. 22700
Dla zgubienia zaś frakcyi mnożąc przez
7236000

$$100, \text{ będzie: } \frac{7236000}{227} = 2680x$$

$$\frac{7236000x}{22700}$$

Albo odrzucając z drugiey frakcyi tak
Licznika iako i Mianownika cyfer dwie, bę-
dzie: $\frac{7236000}{227} = \frac{72360x}{227}$

A gubiąc i te frakcye przez rozmnożenie
całkowitego terminu przez powszechnego
Mianownika 227, będzie: $7236000 = 608360x$
 $\frac{7236000}{227} = \frac{608360x}{227}$

$$\text{Albo: } 7236000 = 536000x.$$

$$\text{A zatym: } x = \frac{7236000}{536000} = \text{odciawszy}$$

$$\text{cyfry } \frac{7236}{536}.$$

A w rzeczy samej dzieląc : $x = 13 +$

$\frac{1}{2}$, i to jest : procent roczny zapytany.

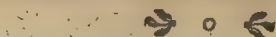
Czego można doświadczyć sposobem w wyższych Rezolucyach użytym. &c.

Prześtroga. Skoro dowcip ludzki wynalazł różne początkowe rezolwowania sposoby, natychmiast przemyślać zaczęto o ogólnym, a tym, ile być może, najprostszy i najprościej, któreby zgodne było do solwowania wszelkich, w podobnych przypadkach y z podobnymi warunkami, Zadaniow. Zkąd ten wypłynął zysk dla społeczeństwa, że mu się stała użytecznymi, nawet nie wysokomyślni. Prosty Mechanizm wygodził wszystkim ogólnie ludziom. Ci co wyżej myślą, układają prawidła, a którzy nie tak myślą, albo do myślenia takiego czasu nie mają, ułożonych trzymają się. Mamy takie prawidła od Uczonych ułożone na dochodzenie wszelkich defalkat zdarzających się w umowach Kupieckich.

R E Z O L U C Y A II.

Ogólna Problematow wszelkich o defalkatach.

Cena towaru niech będzie $=m$, defalkata po ile się podoba od 100 na rok $=e$. Zeby defalkatę od summy m na rok znaleźć, szukać iej trzeba przez Reg. prop. Jeżeli



100 daie e, wiele da m? Znaydzie się defal-
em

kata od m przez rok $\frac{em}{100}$, a defalkata

niewiadoma będzie $\frac{ex}{100} = x$. Procent od x bę-
dzie także wiadomy, szukając go przez też
Regułę: jeżeli 100 daie e, wiele da x?
ex

(Znaydzie się bowiem $\frac{ex}{100}$. To wynalazł-

szy, patrzymy, iak się ogulne ułoży praw-
dło, które odkrywać będzie niewiadomą il-
kość x we wszelkich przypadkach. Oczywi-
sta jest, że defalkata niewiadomey summy x,
wraz wzięta z procentem od niej za rok należą-
ex

cym $\frac{ex}{100}$, powinna wyrownać defalkacie

summy m także za rok, która jest $\frac{em}{100}$

a zatem, będzie: $x + \frac{ex}{100} = \frac{em}{100}$.

Zgubiwszy zaś frakcyą, będzie: $100x + ex = em$.

A odłączwszy w każdym terminie współ-
czynnika od przyległej ilkości, będzie: $100 + ex = exm$.

Z tego na koniec taka się ułoży propor-
cja: $100 + e : e :: m : x$.

Co wyraża, iż we wszelkich przypadkach, iakie tylko być mogą, układając Regułę prop., w ktoreyby pierwszym terminem było 100 z defalkatą e, taką od sta na rok, iaka się podoba, drugim zaś terminem była też sama defalkata e, a trzecim cena towaru m, za czwarty termin wypaść musi cena defalkaty x. Weźmy np. Zagad. 1. będzie m = 3850, e = 10, a zatym: $100 + \frac{e}{m} = 100 + \frac{10}{3850}$ e :: m. x, będzie $100 + \frac{10}{3850}$, czyli: 110. 10

:: 3850. x, czyli $\frac{x}{110} = \frac{3850}{110}$

to jest defalkata zapytana, iaka i pierwey, sposobem nierownie pracowitszym była znaleziona.

Podobnie biorąc Zagad. 2., będzie: m

= 2680, e = 13 + $\frac{1}{2}$. Więc podług

ogulnego prawidła układając Reg. prop.,

będzie: $100 + \frac{13 + \frac{1}{2}}{2680}$, czyli: $113 + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$:: 2680. x. Albo podwoiwszy dwa pierwsze terminy, będzie: 227. 27 :: 2680. x.

$$\text{A zatem: } x = \frac{2680 \times 27}{227} = \frac{72360}{227}$$

$\frac{174}{227}$ $\frac{174}{227}$, tak iako się wyżej znalazło, szukając sposobu solwowania tego Zagadnienia.

Tak i w trzecim Zagadnieniu $m = 7650$,
 $e = \frac{161}{36}$, więc: $100 + \frac{161}{36} = \frac{3600 + 161}{36} = \frac{3761}{36}$
 $:: 7650. x.$

Albo gubiąc frakcyą, czyli przez 36 pierwszy termin 100 mnożąc, a do produktu Licznika 161 przyległej frakcyi dodając, będzie: $3761. 161 :: 7650. x.$

$$\text{A zatem: } x = \frac{7650 \times 161}{3761} = \frac{1231650}{3761}$$

$\frac{1803}{3761}$ $\frac{1803}{3761}$, iak się na ramtym miyscu rezolwowało.





R E Z O L U C Y A.

Ogólna Problematoru wspak obroconych o defalkatach, to jest: takich, w których defalkata jest wiadoma, a procent roczny od 100 niewiadomy.

Cena towaru niech także będzie $=m$, defalkata od niej $=e$, defalkata zaś od 100 roczna $=x$. Pierwsza defalkata od m , znajdzie się, czyniąc Reg. prop.: $100. x ::$

$$m. \frac{mx}{100}. \text{ Defalkata więc od } m = \frac{mx}{100},$$

$$\text{czyniąc zaś: } 100. x :: e. \frac{ex}{100}, \text{ bę-}$$

dzie: $\frac{ex}{100}$ procent od e . Lecz że defalkata od e z swym procentem po x od 100 na

rok, powinna być równa defalkacie od m roczney, a ta druga defalkata $= \frac{mx}{100}$, wy-

$$\text{padnie pomiar: } e + \frac{ex}{100} = \frac{mx}{100},$$

czyli

czyli gubiąc frakcyę: $100e + ex = mx$, przenosząc zaś, będzie: $100e = mx - ex$. Na koniec odłączając współczynniki od przyległych ilkości, będzie: $100xe = m - exx$.

Ztąd ta się wyciągnie proporcya: $m - e$.
 $e :: 100. x$.

Tak więc, gdy się czyni defalkata e od ceny towaru m , dla wypłacenia przed rokiem założoney summy, łatwo doysć można procentu od 100, czyniąc tę proporcya: tak się ma cena towaru m , zmniejszona defalkatą e , do teyże samey defalkaty e , iak się ma 100 do czwartego terminu x , albowiem ztąd wypadnie kwota procentu rocznego od 100, np. gdyby szło rezolwowanie Zagadnienia, gdzie cena towaru $m = 2680$, a defalkata od niego

$$e = \frac{72360}{227}, \text{ kwota zaś procentu rocznego od}$$

$$100 = x. \text{ Uczyni się więc ta proporcya:}$$

$$\frac{2680}{227} = \frac{72360}{227} :: 100. x$$

Czyli mnożąc pierwszy termin przez 227, będzie: $608360 - 72360. 72360 :: 100. x$.

$$\text{Albo: } 536000. \frac{72360}{7236000} :: 100. x$$

$$\text{Zkąd pomiar: } x = \frac{536000}{536}$$

268

I

—13+— —13+— —, iako pod tym-

336

2

że Zagad. widzieliśmy.

ZAGADNIENIA.

O *Wexlach*.

TRudność przewożenia pieniędzy z miejsca na miejsce, zwłaszcza odległe, niebezpieczeństwo same przewozu, różność monet krajowych, kędy zdarza się woiażować, albo mieć iakieś współkowanie, skutecznemi były powodami do ustanowienia we wszystkich prawie rządnych Narodach kart zamiannych *lettres de Change*, czyli *Wexlow*. Karta zamianna iest pismo, za ktorego oddaniem, oddawca odbiera pieniądze, w tymże piśmie wyrażone od korespondenta, do ktorego to pismo dane. Trafia się pospolicie, że ten, ktory daie kartę zamianną, nie winien osobie, ktora ją odbiera; potrzeba więc, aby osoba odbierająca rzeczoną kartę, wypłaciła na miejscu dającemu taką *summę*, na iaką bierze kartę. Ponieważ zaś taka pieniędzy za kartę i karty za pieniądze zamiana iest ni by rodzajem iakimś handlu; ci ktorzy się tym bawią, nazywaią się bankierami, i mają z tego, że tak rzekę, kunsztu swego zysk, biorąc procent od 100 różny podług różnych kra-



kraiowych zwyczajów, albo podług umowy przez samychże Bankierów czynionej, z temi, którym Wexle oddają. Procz summy tedy Wexlowej, czyli w karcie zamiannej wyrażonej, dać się Bankierom pewny procent w nadgrode Wexłu teyże summie odpowiadający. W czym zachodzi dwoiaki przypadek, który następujące wyłoży i objaśni Zagadnienie.

ZAGADNIENIE

Kawaler woiażować mający, z Warszawy do Paryża gotowych nie wiezie pieniędzy, ale 1500 Czerwonych Złotych składa u Bankiera Warszawskiego, i bierze od niego Wexel, czyli kartę zamianną na tę samą summę do Bankiera Paryskiego, z tym warunkiem, żeby w Warszawie procentu nie zapłaciwszy od pieniędzy, które ma w Paryżu odebrać, zapłacił tamiecznemu Bankierowi po 3 od 100. Pyta więc, iak zmniejszoną od tegoż Bankiera ma odebrać summę?

REZOLUCYA.

Gdyby ow Kawaler chciał w Paryżu odebrać w całości 1500 Czerwonych Złotych powinienby u Bankiera Warszawskiego złożyć 1545 Czerwonych Złotych, to jest: Summę 1500 Czerwonych Złotych, i 45 procentu Wexlowego, gdyż jeżeli 100 dać 3 pewna jest,

ieść, że 1500 da 3 razy 15, czyli 45, a za-
 tym Zagadnienie to przez zwyczajną Regułę
 prop. rzolwowałoby się. Lecz że Wexel na
 Czerwonych Złotych 1500 do Paryża dany
 składać się ma y z sumy wexlowaney, y z
 procentu od niey po 3 od 100, iasna rzecz,
 że oddawca karty zamianney nie odbierze w
 Paryżu spełna Czerwonych Złotych 1500.
 Odetnie albowiem od niey tamedzny Bankier
 procent Wexlowy, a ten procent nie wyniesie
 tam iuż Czerwonych Złotych 45. Ponieważ
 procent po 3 od 100 nie powinien się tam pła-
 cić, tylko od tey summy, którą w samym
 Paryżu odbierze wzmiankowany Kawaler.
 A że, iako się rzekło, nie odbierze tam w
 całości summy 1500, ale zmniejszoną pro-
 centem, toć procent ow zmniejszyć się także
 nieco musi. Summa więc, którą w Paryżu
 odbierze $=x$, z procentem od niey po 3 od
 100, będzie $=1500$. Zeby zaś znaleźć ten
 procent od summy x , szukać go trzeba przez
 Regułę prop. ponieważ 100 daie 3, wieleż

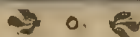
da x ? będzie: $\frac{3x}{100}$, a ztąd wyidzie po-

miar: $x + \frac{3x}{100} = 1500$.

Zgubiwszy frakcyą, będzie: $100x + 3x = 150000$.

Czyli: $103x = 150000$.

Czy-



150000

Czyli: $x = \frac{150000}{103}$.

Czyli: $x = 1456 + \frac{32}{103}$, to jest: x

$= 1456$ Czerwonych Złotych $+$ Złotych 5
(rachując na Czerwony Złoty Złotych Pol-

skich 17) $+$ $\frac{29}{103}$, to jest i groszy 8 ,

$46 + \frac{35}{103}$, to jest i szel. $1 + \frac{103}{103}$.

Oddawca tedy karty zamianney, czyli
Wexlu nie odbierze w Paryżu tylko Czerwo-
nych Złotych 1456 , Złotych 5 , groszy 8 ,

szel. $1 + \frac{35}{103}$, chociaż złożył on lub

kto inny za niego u Bankiera Warszawskiego
spełna Czerwonych Złotych 1500 . A zatem
zysk Bankiera Paryskiego jest mniejszy niż
 45 Czerwonych Złotych, gdyż odciągnąwszy
summę z Wexlu Paryskiego odebraną Czer-

wonych Złotych $1456 + \frac{32}{103}$ od złożo-

ney w Warszawie 1500 , zostanie tylko Czer-

wonych Złotych $43 + \frac{71}{103}$ zysk Paryskie-

go Bankiera. Wszakże summa z Wexlu ode-

$$\text{brana } 1456 + \frac{32}{103} + 43 + \frac{71}{103},$$

i powiększona procentem od niey wytrąconym

$$= 1499 + \frac{103}{103} = 1500. \text{ C. B. D. R.}$$

Gdzie z samey operacyi łatwo każdy po-
znać może, że ta Rezolucya nie różni się od
sposobow rezolwowania Problematow o defal-
katakach, a zatym i tu możnaby wygodnie użyć
ogulney Rezolucyi wyżej daney w ten spo-

$$\text{sob: } 103. 3 : : 1500. \frac{1500 \times 3}{103}$$

$$\frac{4500}{103} = 43 + \frac{71}{103} \text{ \&c.}$$



R O D Z I A Ł IV.

O rezolwowaniu Problematów nieokreślonych, czyli niedeterminowanych.

Z A D A N I E I.

Jak się Zagadnienie proste, nieokreślone (indeterminatum) na pomiary obraca, i rezolwuje?

Już się namieniło na początku Rozdziału trzeciego, kiedy nieokreślone bywa Zagadnienie. Bywa w ten czas, gdy więcej w swoich warunkach ma rzeczy niewiadomych, niż wiadomych, a zatym na tyle obrocić się nie może pomiarów, ile w sobie zainyka ilości niewiadomych, i dla tego te pomiary, na które takie Zagadnienie się obraca, muszą w sobie po dwa lub kilka razy też samę niewiadomą ilość mieścić, przeto niemogą się tak zredukować, żeby przy iedney tylko niewiadomey ilości ostatni został pomiar. Z dwoma tedy albo kilkoma zawsze zostać, i trzeba koniecznie z nich iedney, a czasem i dwom, podług swego upodobania naznaczyć cenę, żeby cena wszystkich niewiadomych mogła się odkryć. Z tym wszystkim powszechnych Przepisów danych w drugim i trzecim Rozdzia-

dziale, i w tych solwowaniu Problematów trzymać się potrzeba.

Potrzeba zatem i tu najprzód za ilkości zakładać litery, pierwsze za wiadome, a ostatnie za niewiadome. Powtórę: Podług warunków Zagadnienia, tyle ułożyć pomiarów, ile tylko można. Potrzebie: Pomiary podług Reguł danych poty redukować, poty terminy przekładać, i albo dodawać, albo odciągać, albo mnożyć, albo dzielić, poki w iedney pomiaru części niezostanie iedna tylko niewiadoma ilkość, a w drugiej poki wiadome nie będą z niewiadomemi, ale różnemi od owej niewiadomey, która sama w pierwszy pomiaru części została. Poczwarzę: Mając już taki pomiar, toż dopiero niewiadomey ilkości owej, która między wiadomemi na miejscu ceny jest umieszczoną, trzeba podług swego rozumienia naznaczyć cenę, przez tę cenę innych łatwo się odkryć. Rzecz tę objaśnią

P R Z Y K Ł A D Y.

ZAGADNIENIE I.

Pewny 100 Złotych odłożył na wino trojakięgo gatunku. Pierwszego butelka jest po Złotych 7. Drugiego po Złotych 5. Trzeciego po Złotych 3. Chce zaś z tego trojakięgo gatunku wina, wziąć butelek 18 tyl-

U ko.

ko. Pytam wiele butelek wina brać powinien pierwszego gatunku, wiele drugiego, wiele nareszcie trzeciego, żeby za 18 butelek wina zapłacił Złotych 100?

R E Z O L U C Y A.

Nayprzod: $18 = a$, $100 = b$, liczba nie-
wiadoma butelek pierwszego gatunku $= x$,
drugiego $= y$, trzeciego $= z$. Powtore:
podług warunkow cena pierwszego będzie
 $= 7x$, drugiego $= 5y$, trzeciego $= 3z$.
Ze zaś wszystkie te trzy ceny wyrownać po-
winny 100 Złotych, więc pierwszy tak ukła-
da się pomiar: $7x + 5y + 3z = b$. Potym,
że wina wszystkiego nie więcej kupić trzeba,
tylko butelek 18, będzie drugi pomiar ten:
 $x + y + z = a$.

J iuż ci więcej z tego Zagadnienia, procz
tych dwóch, wyciągnąć nie można pomiarow,
a przecię w nim trzy mieszczą się ilkości nie-
wiadome; oczywista tedy, że Zagadnienie to
nie jest określone.

Potrzenie: Zamień drugi pomiar w ten
 $x = a - y - z$.

A cenę tę załóż w pierwszym pomierze
za x , rozmnożywszy ją wprzod przez 7, bę-
dzie: $7a - 7y - 7z + 5y + 3z = b$.

Czyli: $7a - 2y - 4z = b$.

$$7a - b$$

Nareszcie: $y = \frac{7a - b}{2} - 2z$.

Z tego ostatniego pomiaru już nie wyrugujesz niewiadomey z , dla tego, że w tym Zagadnieniu trzy są ilkości niewiadome, a trzeciego pomiaru nie masz. Trzeba więc, żebyś niewiadomey z naznaczył cenę podług swego upodobania. W czym jednak trzeba ostrożności, żeby tak wielkiey nie naznaczać ceny ilkości z , ażeby z dalszey redukcyi, drugiey ilkości niewiadomey x wypaść musiała cena odciążna, albo cyfrze równa. Niechże będzie $z=3$. Cenę tę założywszy za z , ostatni ow pomiar w ten się zamieni: $y=7a-b$
 $\text{—————} = 6$.

2

A zatym cena niewiadomey ilkości y już odkryta. Założywszy albowiem za litery liczbę, będzie: $y= \text{—————} = 6=7$.

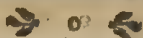
2

Zebyś zaś o cenie także niewiadomey x dowiedział się, w pomierze $x=a-y-z$, za y załóż cenę już znalezioną, to jest 7, za z załóż cenę podług swego upodobania naznaczoną, to jest 3, będzie: $x=18-7-3=8$.

J tak masz już wszystkich trzech niewiadomych ilkości wiadomą cenę, to jest: $x=8$, $y=7$, $z=3$, a wszystkie dodane $=18$. Doświadczenie. Albowiem $8 \times 7 + 7 \times 5 + 3 \times 3 = 56 + 35 + 9 = 100$. Gdybyś

U 2

zas



zaś w przedostatnim pomierze $7a - 2y - 4z = b$, szukał ceny niewiadomey z , wypadłoby:

$$7a - b - 2y$$

$z = \frac{\quad}{\quad}$, to jest: założywszy liczby

4

za litery, a za y domyslną cenę 3, byłoby

$$126 - 100 - 6$$

$z = \frac{\quad}{\quad} = 5$. Co naiedno wy-

4

niefie. Bo tę cenę założywszy w pomierze:

$x = a - y - z$ za z , będzie: $x = 18 - 3 - 5$

$= 10$. A zatym będzie: $3 + 5 + 10 = 18$.

C. B. D. R.

ZAGADNIENIE II.

DAie Pan iałmużny 100 Złotych, na taki 20 ubogim podział, żeby z tey summy każdy męszczyzna wziął Złotych 7. Każda kobieta wzięła Złotych 5, a każde dziecko wzięło Złoty 1. Zgadniy liczbę męszczyzn, kobiet i dzieci?

R E Z O L U C Y A.

Nazwiy liczbę męszczyzn x , kobiet y , dzieci z , 100 niech będzie $= a$, 20 $= b$; wypadnie pomiar pierwszy: $x + y + z = b$.

Pomiar drugi: $7x + 5y + z = a$.

Cena z pierwszego pomiaru : $z = b - x - y$.

Z drugiego : $z = a - 7x - 5y$.

Więc składając obydwie ceny : $b - x - y = a - 7x - 5y$.

Przenosząc b , potem $-y$, nareszcie $-7x$, będzie : $6x = a - b - 4y$.

$$a - b - 4y$$

Dzieląc : $x = \frac{a - b - 4y}{6}$.

Naznaczając podług upodobania cenę $4y$, taką iednak, żeby potem ceny x bez frakcyi

$$80 - 32$$

dość można, np. 8, będzie : $x = \frac{80 - 32}{6}$

$$6$$

$$= 8.$$

Tę cenę x , zakładając za x w pomierze pierwszym, będzie : $z = 20 - 8 - 8 = 4$.

Więc jeżeli $y = 8$, toć $x = 8$, $z = 4$, a zatem $8 + 8 + 4 = 20$. Wszakże $8 \times 7 = 56$, $8 \times 5 = 40$, $4 \times 1 = 4$. Co wynosi Złotych 100. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE III.

NA Wołoszczyźnie trojkie są przedayne konie, ogiery po Czerwonych Złotych 47, cugowe po Czerwonych Złotych 32, i formańskie po Czerwonych Złotych 19. Wysła tam Pan Koniuszego swego na skupienie 12 koni za 390 Czerwonych Złotych. Koniuszy za ogierow 2, cugowych 6, formańskich



skich 4 chcąc zapłacić Czerwonych Złotych 362, widzi że mu zbywa nadto Czerwonych Złotych 28. Pyta więc Rachmistrza, wiele koni z każdego gatunku ma kupić, żeby ich 12 było, a z danych pieniędzy nic nie zostało?

R E Z O L U C Y A.

Niech będą ogiery x , cugowe konie y , formanskie z ; będzie pierwszy pomiar: $x + y + z = 12$.

Drugi zaś podług warunków: $47x + 32y + 19z = 390$.

Cena x w pierwszym pomierze jest: $x = 12 - y - z$.

Którą założywszy za x w drugim pomierze, rozmnożoną wprzód przez 47, będzie: $564 - 47y - 47z + 32y + 19z = 390$.

Czyli: $564 - 15y - 28z = 390$.

Czyli przekładając: $564 - 390 - 15y = 28z$.

Odcinając: $174 - 15y = 28z$.

$147 - 15y$

Dzieląc: $\frac{147 - 15y}{28} = z$.

28

A tu dopiero cenę niewiadomey ilości y naznaczymy np. 6, będzie: $z = \frac{174 - 90}{28}$.



84
Czyli: $z = \frac{84}{28}$.

Czyli na koniec: $z = 3$.

Już jeżeli $y = 6$, $z = 3$, toć: $x = 12$

— $y = z$.

Czyli: $x = 12 - 6 - 3 = 3$.

Lecz x założone za ogiery, więc ogierow 3, y za cugowe konie, więc tych 6, z za formańskie, więc tych 3, a wszystkich razem 12.

Wszakże: $3 \times 47 = 141$.

$6 \times 32 = 192$.

$3 \times 19 = 57$.

A to wszystko wynosi: Czer. Zł. 390.
C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

DWadziesięć Osob przez Wiśłę przeprowu-
iać się, tak od przewozu płacą. Każdy
mężczyzna od osoby swojej dać 3 grosze,
każda białogłowa 2 grosze i szelągów 2, ka-
żde dziecko grosz 1 i szeląg 1. Przewoźnicy
odebrawszy te pieniądze, narachowali 20 gray-
carow. Pytam, wiele się przewoziło mę-
szczyzn, wiele białogłów, a wiele dzie-
ci?

REZOLUCYA.

Niech będzie liczba męszczyzn x , białogłów y , dzieci z . Pierwszy pomiar będzie: $x + y + z = 20$.

Drugi pomiar, ponieważ każdy męszczyzna płaci 3 grosze, białogłowa 2, i szelągów 2, dziecko grosz 1 i szeląg 1, zredukowawszy grosze na szelągi, będzie: $9x + 8y + 4z = 120$.

To jest: równe to wszystko będzie graycarów 20, czyli zredukowawszy, szelągom 120. Cena z jest w pierwszym pomiarze: $z = 20 - y - x$.

Którą gdy założysz w drugim za $4x$, 2
będzie: $9x + 8y + 80 - 4y - 4x = 120$.

Czyli: $5x + 4y + 80 = 120$.

Czyli: $5x = 120 - 80 - 4y$.

To jest: $5x = 40 - 4y$.

Na koniec: $x = \frac{40 - 4y}{5}$.

Naznaczywszy już cenę y np. 5, będzie:

$$40 - 20$$

$$x = \frac{40 - 20}{5} = 4.$$

Kiedy zaś $y = 5$, $x = 4$, toć $z = 20 - y - z$. Czyli: $x = 20 - 5 - 4 = 11$.
Przewoziło się więc męszczyzn 4, białogłów 5, dzieci 11. Albowiem 4×9 , 5×8 , 11×4 , uczyni to wszystko $36 + 40 + 44$,
czy-

czyli szelągów 120, to jest graycarów 20.
C. B. D. R.

ZAGADNIENIE V.

KUcharz kupuje iay 20 za groszy 20, iaie
gęsie po groszy 3, kaczę po groszy 2,
a kurzych po dwa za grosz. Pytam, wiele
pierwszych iay, a wiele drugich, i trzecich
za groszy 20 kupi?

R E Z O L U C Y A

Gęsie iaia $= x$, kaczę $= y$, kurze $= z$.

Pomiar pierwszy: $x + y + z = 20$.

Pomiar drugi: $3x + 2y + z = 20$.

Cena w pierwszym pomierze: $x = 20$
 $- y - z$.

Ktorą w drugim od frakcyi uwolnio-
nym: to jest w pomierze założywszy: $6x$
 $+ 4y + z = 40$.

Będzie: $120 - 6y - 6z + 4y + z$
 $= 40$.

Przeniośszy zaś: $120 - 40 - 2y =$
5z.

Na koniec, będzie: $z = \frac{120 - 40 - 2y}{5}$

$80 - 2y$

5

Tu



Tu już y naznaczając cenę domyslną np.

5, będzie : $z = \frac{80 - 10}{5} = \frac{70}{5}$
 $= 14.$

A. że $z=14$, więc $x=20-y-z=20-5-14=1$.

Było więc iay gęślich przez x oznaczonych $\equiv 1$, kaczych przez y wyrażonych $\equiv 5$, kurzych przez z wyrażonych $\equiv 14$. Co czyni 20. Doświadczenie. Ponieważ gęsie iacie po groszy 3, kaczki po groszy 2, a kurzych para po groszu 1.

Więc: $3 \times I = 3 \text{ gr.}$

$$2 \times 5 = 10$$

I

$$\frac{\quad}{2} \times 14 = 7$$

A Summa caſa

20 . 20

C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VI.

TRafia się do kupienia nie drogi Zegarek.

Trzech Braci, życząc go sobie na powszechne użycie nabyć, tak się o wspólną zań płać umawiają: pierwszy mówi drugiemu i trzeciemu, dam ja wszystkie moje pieniądze, wy dajcie połowę waszych, a kupimy Żegarek. Owszem, rzecze drugi, ja dam moje

WSZY-

wszystkie, a wy trzecią tylko część swoich, dosyć będzie na zapłacenie Zegarka. Trzeci na koniec powie, będzie nasz Zegarek, byleście do moich, które mam przy sobie pieniędzy, część czwartą waszych przydali. Pytam ile z nich każdy miał, i za Zegarek dawał pieniędzy, a ile ow Zegarek wartował?

R E Z O L U C Y A.

Założ za pieniądze pierwszego x , drugiego y , trzeciego z , za Zegarek założ t . Wypadną z trzech warunków Zagadnienia trzy

$$\text{pomiar, Pierwszy: } x + \frac{y+z}{2} = t.$$

$$\text{.Drugi: } y + \frac{x+z}{3} = t.$$

$$\text{Trzeci: } z + \frac{x+y}{4} = t.$$

Gubiąc frakcyą w pomierze pierwszym, będzie: $2x + y + z = 2t$.

Gubiąc frakcyą w drugim, będzie: $3y + x + z = 3t$.

Gubiąc na koniec frakcyą w pomierze trzecim, będzie: $4z + x + y = 4t$.

Już żebyś zgubił iedną którą z niewiadomych ilkości, np. z , odciągnij pierwszy pomiar



miar wolny od frakcyi od drugiego także wolnego, będzie: $2y - x = t$.

A w tym pomierze znalazłszy cenę x , to jest: $2y - t = x$, czyli: $x = 2y - t$, założ ją za x , w drugim pomierze, to jest w tym: $3y + x + z = 3t$.

Będzie: $3y + 2y - t + z = 3t$.

Czyli: $5y + z = 4t$.

Albo: $z = 4t - 5y$.

Masz tedy dwóch już niewiadomych cenę: $x = 2y - t$.

I cenę: $z = 4t - 5y$.

Obydwie więc te ceny założ w trzecim pomierze za te same niewiadome ilkości, będzie: $16t - 20y + 2y - t + y = 4t$.

Czyli redukując przez Reguły powszechne, będzie: $11t = 17y$.

Podziel na koniec przez 17, będzie:

$$\frac{11t}{17} = y.$$

17

Zakładay teraz za niewiadomą ilkość t cenę domyslną np. Czerwonych Złotych 17,

$$\text{będzie: } \frac{11t}{17} = \frac{187}{17} = 11.$$

A zatym $y = 11$. Toż w pomierze $x = 2y - t$ zakładając za $2y - t$ cenę dopiero znalezioną 11, y domyslną 17, będzie: $x = 22 - 17 = 5$.

Potym w pomierze: $z = 4t - 5y$.

Zakładając wyszukane ceny, będzie: $z = 68 - 55 = 13$.

x więc, czyli pierwszy z owych Braci ma Czerwonych Złotych 5; y, czyli z nich drugi ma 11; z, czyli trzeci ma 13.

Doświadczenie. Pierwszy dając wszystkie swoje pieniądze, z połową drugiego i trzeciego, to jest $5 + 12$, pokazuje, iż cena Zegarka jest Czerwonych Złotych 17. Drugi dając swoje wszystkie z trzecią częścią pierwszego i trzeciego, to jest: $11 + 6$, pokazuje też samą Zegarka cenę, to jest: Czerwonych Złotych 17. Trzeci dając swoje wszystkie z czwartą częścią dwóch pierwszych, to jest $13 + 4$ pokazuje także rzeczoną sumę, czyli Czerwonych Złotych 17. Więc nieokreślone Zagadnienie przez takie określenie, czyli domysłnej założenie ceny, jest uświadczone. C. B. D. R.

Przeestroga. Zakładając domyslną cenę w tym lub podobnym Zagadnieniu, uważać trzeba, żeby się nie wpędzić w frakcye niezbyte. W tym Przykładzie możnaby 17 we dwoynasob, we troynasob (duplum, triplum &c.) założyć. Na wzor tego Problemata inne ułożone podobnie solwują się np. Zagadnienia o naięciu stancyi, stołu, karety, szkuty, o kupieniu Dworku, Konia, i t. d.

Z A D A N I E II.

*Jak się rozwiązuja Zagadnienia nieokreślone o
przymieszkach kruszców, i doświadczeniu
robot Złotniczych ?*

NAmieniono się w poprzedzającym Rozdziale pod Zadaniem 4, że Zagadnienia o przymieszkach trzech lub więcej kruszców, a zatym i o doświadczeniu robot Złotniczych, w które kilku razem kruszców przymiesza weszła, są nieokreślone, a to z tej przyczyny, iż więcej zawierając w sobie niewiadomych ilości, niż wiadomych, nie mogą się na tyle pomiarów obrocić, ile niewiadomych mają w sobie ilości, przeto i w tych Zagadnieniach rezolucyach domyślić naznaczać trzeba cenę jednej ktorej z niewiadomych, aby się innych dwóch, albo dwom, aby się innych dwóch cena rzetelna doszła. Jako się pokazuje w następujących Zagadnieniach, z których pierwsze będą o przymieszkach kilku kruszców do roboty danych, drugie o doświadczeniu tychże przymieszek w samej robocie, gdzie wypuszczać z pamięci nie trzeba tego wszystkiego, co się w wyższym Rozdziale o kruszczach do wiadomości podało.

ZAGADNIENIA

O przymieszkach kilku kruszców do roboty danych.

ZAGADNIENIE I.

O Przymieszce złota, srebra i miedzi. Ma kto troiaki kruszec, złoto, którego, 100, po Złotych Polskich 72, srebro, którego 100 po Złotych $4\frac{1}{2}$ i miedź, kto-

rey 100 po poł - srebrnego grosza, czyli po $\frac{1}{8}$

Złotego, a chce mieć zrobioną z tych trzech kruszców rzecz ważącą 15 100, 100 zaś w robocie niewartuiący tylko 50 Złotych. Pytam, ile zmieszać ma tych kruszców Złotnik, aby przerzeczonym warunkom uczynił zadosyć?

REZOLUCYA. I.

Niewiadome 100 złota $=x$, srebra $=y$, miedzi $=z$. Pierwszy pomiar: $x+y+z=15$, czyli: $z=15-x-y$.

Drugi: $72x+\frac{9y}{2}+\frac{z}{8}=15\times 50$

$=750$.

Gu-



Gubiąc frakcyę : $144x + 9y + \frac{2z}{8}$

$= 1500.$

Czyli : $1152x + 72y + 2z = 12000.$

Zakładając cenę z : $1152x + 72y + 30 - 2x - 2y = 12000.$

Czyli redukując : $x = \frac{11970 - 70y}{1150}$

Naznaczając zaś nadomyślnie cenę niewiadomey y, np. 1 łot, będzie : $x = \frac{11970 - 70 \times 1}{1150}$

$= \frac{11900}{1150} = \frac{1190}{115} = 10 + \frac{40}{115}$ czyli :

li : $\frac{1}{23}$. A jeżeli $x = 10 + \frac{8}{23}$, y zaś $=$

1, więc $z = 15 - x - y = 15 - 10 + \frac{8}{23} - 1 = 4 + \frac{8}{23} - 1 = 3 + \frac{8}{23}$

$= 1 = 4 + \frac{8}{23} = 3 + \frac{23 - 8}{23} = 3 + \frac{15}{23}$

15
Więc złota łotów przeszło 10, srebra
łot 1, a miedzi łotów 3 przeszło, zmieszać
trzeba, żeby się stało zadosyć warunkom.

Do-

Doświadczenie. Albowiem nayprzod: $10 + \frac{8}{23} \times 72 = 720 + \frac{576}{23} = 745 + \frac{1}{23}$;

powtore: $1 + \frac{9}{2} \times \frac{9}{2} = 4 + \frac{1}{2}$; po-

trzecie: $3 + \frac{15}{23} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8} + \frac{15}{184}$, czy-

li redukując do 1 Mian. przez 23: $\frac{69 + 15}{184}$

$\frac{84}{184}$, czyli redukując przez 4: $\frac{21}{46}$

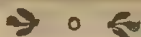
A że $745 + \frac{1}{23} + \frac{1}{2} + \frac{2 + 23}{46}$, czyli:

czyli: $\frac{25}{46} + \frac{21}{46} = \frac{46}{46}$, czyli: $1 = 750$,

więc stało się dosyć warunkom. C. B.
D. R.

ZAGADNIENIE II.

O Teyże przymieszce. Daie kto do roboty
złoto czyste, ktorego grzywna Koloń-
ska nie bita po Czerwonych Złoty 63, sre-
bro



bro pieniężne, ktorego grzywna po Czerwonych Złotych $3 + \frac{1}{2}$, czyli: $\frac{7}{2}$ i miedź,

ktorey grzywna po Złotych 2, czyli po $\frac{1}{9}$

Czerwonego Złotego, i chce, aby w tey robocie nie było tylko grzywien 6, a grzywna każda nie wartowała tylko Czerwonych Zło-

tych $42 + \frac{23}{72}$, czyli: i po poł-szość pr-

wie Złotego. Pytam, ile w takiej robocie zmieszać danych kruszców trzeba, żeby przymieszka warunkom odpowiadała?

REZOLUCYA

Niewiadome grzywny złota $= x$, srebra $= y$, miedzi $= z$. Pomiar pierwszy: $x + y + z = 6$, czyli: $x = 6 - y - z$.

Drugi: $63x + \frac{7y}{2} + \frac{z}{9} = 6 \times 42$

$$+ \frac{23}{72} = 252 + \frac{138}{72} = 253 + \frac{11}{12}$$

Gubiąc frakcyę, będzie: $126x + 7y +$

$$\begin{array}{r} 22 \quad 22 \\ \hline 9 \quad 12 \end{array} = 506 + \frac{\quad}{\quad}$$

Czyli: $1134x + 63y + 2z = 4554 +$

198

12

Czyli: $13608x + 756y + 24z = 54648 + 198 = 54846$.

Zakładając zaś cenę x z pierwszego pomiaru, będzie: $81648 - 13608y - 13608z + 756y + 24z = 54846$.

Czyli redukując: $26802 - 12852y = 13584z$.

$$26802 - 12852y$$

Czyli: $z = \frac{\quad}{\quad}$.

13584

Naznaczając zaś nadomył cenę niewiado-

me y, np. $\frac{1}{2}$, będzie:

$$26802 - 12852 \times \frac{1}{2}$$

$$z = \frac{\quad}{\quad}$$

$26802 - 6426$	13584	20376	6792
$\frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\quad}{\quad}$
13584	13584	13584	13584

W 2



$$= 1 + \frac{1}{2}. \quad \text{A jeżeli } y = \frac{1}{2}, \quad z = 1$$

$$+ \frac{1}{2}, \quad \text{toć } x = 6 - y - z = 6 - \frac{1}{2} - 1 = 4\frac{1}{2}$$

$$1 + \frac{1}{2} = 5 - \frac{1}{2} = 4. \quad \text{Doświadczenie.}$$

$$\text{Wszakże } 4 \times 63 = 252; \quad \text{potym: } \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} =$$

$$\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}; \quad \text{na koniec, } 1 + \frac{1}{2}, \quad \text{czy-}$$

$$\text{li: } \frac{3}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}. \quad \text{A że } 252 +$$

$$1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{6}, \quad \text{czyli: } \frac{18+4}{24} = 253$$

$$+ \frac{22}{24}, \quad \text{czyli: } \frac{11}{12}. \quad \text{Więc i t. d.}$$

ZAGADNIENIE III.

O Przymieszce miedzi do dwoiakiego srebra. Z dwoiakiego srebra, to jest: 14 próby, którego grzywna pospolita kosztuje Złotych 63, (gdyż jeżeli 16 łotów srebra czystego, czyli grzywna pospolita próby 16, ko-

kosztuie Złotych 72, toć łotow 14, czyli grzywna srebra próby 14 kosztuie Złotych 63) i próby 12, którego takąż grzywna kosztuie Złotych 54, chce kto mieć rzecz zrobioną taką, ktoraby ważyła grzywien 9, a grzywna każda wartowała tylko Złotych 45, a zatym była próby 10. Pytām, ile z owego dwoiakiego srebra, a ile z miedzi, ktorey grzywna po Złotych 2, ma Złotnik wziąć części i zmieszać, żeby w robocie było 9 grzywien 10 próby ?

REZOLUCYA

Niewiadome grzywny srebra 14 próby $\equiv x$, 10 $\equiv y$, miedzi $\equiv z$. Pomiar pierwszy : $x + y + z \equiv 9$, czyli : $x \equiv 9 - y - z$.

Drugi : $63x + 54y + 2z \equiv 9 \times 45 \equiv 405$.

Zakładając cenę x : $567 - 63y - 63z + 54y + 2z \equiv 405$.

Redukując : $162 - 61z \equiv 9y$, czyli : y
 $\frac{162 - 61z}{9}$

9

Naznaczając zaś cenę nadomyśln niewiadomey z , np. 2, będzie : $y \equiv \frac{162 - 61 \times 2}{9}$

9

\equiv



$$\frac{162-122}{9} = \frac{40}{9} = 4 + \frac{4}{9} \quad A$$

iczełi $y = 4 + \frac{4}{9}$, $z = 2$, toć $x = 9 - y$.

$$-z = 9 - 4 + \frac{4}{9} - 2 = 9 - 6 + \frac{4}{9}$$

$$= 3 - \frac{4}{9} = 2 + \frac{9-4}{9} = 2 + \frac{5}{9}$$

5. Wszakże I. $2 + \frac{5}{9} \times 63 = 126 + \frac{5}{9}$

315 $\frac{315}{9} = 161$. II. $4 + \frac{4}{9} \times 54 = 216$

216 $+ \frac{216}{9} = 240$. III. $2 \times 2 = 4$. A że

161 + 240 + 4 = 405, więc niezawodnie, zmieszawszy razem grzywien srebra 14 proby

$2 + \frac{5}{9}$, a 12 proby $4 + \frac{4}{9}$, nadto miedzi

2, będzie w robocie grzywien 9. Ze zaś grzywiny te są proby 10, łatwo uznasz, gdy uważysz, że grzywina jedna proby 10 kosztuje Złotych 45; A że tu takich grzywien zna-

znalazło się 9, więc dzieląc 405 przez 9, Wieloraz być powinien 45; co gdy tak jest, niepochybnie srebro to jest 10 próby. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

O Przymieszce czystego srebra do podleyszego dwoiakiego gatunku, dla polepszenia iego próby. Z dwoiakiego srebra, pierwszego próby 10, a drugiego 8, z których tamtego grzywna po Złoty 45, tego zaś po Złoty 36, chce kto mieć naczynie zrobione, 5 grzywien wążące, a grzywny te wyższej próby, niżeli iego jest srebro, np. próby 12, wartujące po Złoty 54. Pytam, ile Złotnik czystego srebra, którego grzywna pospolita po Złoty 72, ma przymieszać do podlejszego dwoiakiej próby, aby wystawił żądane naczynie?

REZOLUCYA

Niewiadome grzywny czystego srebra $=x$, srebra 10 próby $=y$, 8 próby $=z$. Pierwszy pomiar będzie: $x+y+z=5$, czyli: $x=5-y-z$.

Drugi: $72x+45y+36z=5 \times 54=270$.

Zakładając zaś cenę x , będzie: $360-72y-72z+45y+36z=270$.

Redukując, będzie: $90 - 27y = 36z$, czyli:

$$z = \frac{90 - 27y}{36}$$

Naznaczając cenę niewiadomey y , np. 2,

$$\text{będzie: } z = \frac{90 - 27 \times 2}{36} = \frac{90 - 54}{36}$$

$$z = 1$$

A kiedy: $z = 1$, $y = 2$, toć: x

$$x = 5$$

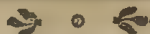
$$y = 2, z = 1 \Rightarrow x = 5$$

Wszakże I. $2 \times 72 = 144$. II. $2 \times 45 = 90$. III. $1 \times 36 = 36$.

A że $144 + 90 + 36 = 270$, więc 2 grzywien czystego srebra przymieszać trzeba do 2 proby 10, i 1 proby 8; będzie w robocie 5 grzywien, a grzywna każda proby 12.

Albowiem 270 podzieliwszy przez 5, wypada 54 cena grzywiny srebra proby 12. C. B. D. R.

Przeftroga. Podobnym sposobem dochodzić można czworakich, i wielorakich kruszców przymieszek, kiedy ie tak mieszać trzeba, aby części odpowiadały umowioney ilkości i cenie roboty, lecz rzadko się trafia, takich przymieszek potrzeba, w którychby niektóre części mieszać się mające były niewiadome, kiedy zaś niektóre wiadome są, łatwo innych niewiadomych doysć przez pospolitą Arytmetykę.



ZAGADNIENIA.

*O doświadczeniu robot troiakiego kruszcu
niewiadomą przymieszkę mających.*

CHociaż w przymieszkach troiakich kruszców dwa podleysze za jeden pospolicie biorą się, np. w przymieszce srebra i miedzi do złota, srebro i miedź za same srebro niższej próby brać się zwykło, a zatym Zagadnienia o takich przymieszkach rezolwować się mogą sposobem w poprzedzającym Rozdziale opisanym, atoli kiedy miarkuiemy, iakie dwa rodzaje podleyszych do przednieyszego i droższego kruszca są przymieszane, możemy i przez nieokreślone pomiary doysć tey przymieszki, iako się w następującym Przykładzie okaże, który może służyć za model rezolwowania innych tego gatunku Zagadnień. Dał kto np. do zrobienia naczynia 10 grzywien złota niebardzo czystego, którego ciężkość porównana do ciężkości wody jest, iak 18 do 1. Zrobione naczynie i w wodzie zważone, straciło wagi swoiey czyli iedney grzy-

wny $\frac{2}{3}$, a stracić nie miało tylko $\frac{5}{9}$ (gdyż

jeżeli 1 traci $\frac{1}{18}$, toć 10 traci $\frac{10}{18}$, czy-



li: —⁵) zkąd oczywiście pokazało się, iż w
⁹złocie była iakaś przymieszka. Wiadomo
 zaś, że do złota pospolicie miesza się srebro
 z miedzią, więc pytam, ile w tej robocie zło-
 ta, a ile srebra i miedzi?

R E Z O L U C Y A.

Niewiadome grzywny złota $=x$, sre-
 bra $=y$, miedzi $=z$. Pomiar pierwszy:
 $x+y+z=10$, czyli: $x=10-y-z$.

$$\text{Drugi: } \frac{x}{18} + \frac{y}{10} + \frac{z}{8} = \frac{2}{3}.$$

Gubiąc zaś frakcyę, będzie: $x + \frac{18y}{10} + \frac{18z}{8} = 12$.

$$+ \frac{18z}{8} = 12.$$

$$\text{Czyli: } 10x + 18y + \frac{180z}{8} = 120.$$

$$\text{Czyli: } 80x + 144y + 180z = 960.$$

Zakładając zaś cenę x za $80x$, będzie:
 $800 - 80y - 80z + 144y + 180z = 960$.

$$\text{Czyli: } 64y = 160 - 100z, \text{ czyli: } y = \frac{160 - 100z}{64}.$$



Naznaczając już cenę niewiadomey z , np.

$$160 - 100x = 60$$

$$1, \text{ będzie: } y = \frac{\quad}{64} = \frac{\quad}{64}$$

$$= \frac{15}{16}$$

$$\text{A kiedy } y = \frac{15}{16}, z = 1, \text{ toć } x = 10$$

$$y - z = 10 - 1 + \frac{15}{16} = 9 + \frac{15}{16} = 8$$

$$16 - 15 = 1$$

Więc w robocie tej
jest złota grzywien 8, i łot 1, srebra łotow
15, a miedzi grzywna 1. Doświadczenie.

$$\text{I. I. } \frac{1}{18} : : 8 + \frac{1}{16}, \text{ czyli: } \frac{129}{16}$$

$$\frac{129}{288} = \frac{43}{96} \quad \text{II. I. } \frac{1}{10} : : \frac{15}{16} = \frac{15}{160}$$

$$\frac{3}{32} \quad \text{III. I. } \frac{1}{8} : : \frac{1}{8} \quad \text{A że}$$

$$\text{nayprzod: } \frac{3}{32} + \frac{1}{8} = \frac{3+4}{32} = \frac{7}{32}$$



$$\begin{array}{r} \text{potym : } \begin{array}{r} 7 \quad 43 \quad 672+1376 \\ \hline 32 \quad 96 \quad 3072 \end{array} \end{array}$$

2048

—, czyli: przez 1024 podzieliwszy =
3072

2

— stracie wagi roboty, więc dobrze się re-

3

zolvowało. C. B. D. R.

KONIEC CZĘŚCI PIERWSZEY.



REGISTR.

	na karcie	
Wykład słow i znakow	-	I

ROZDZIAŁ I.

O Początkach Rachunkow Literalnych ,
to jest :

I. O Skracaniu , czyli Redukcyi	- -	11
II. O Dodawaniu	- - -	14
III. O Odciąganiu	- -	21
IV. O Mnożeniu	- - -	24
V. O Dzieleniu ilkości tak pojedynczych , iako i wielokrotnych	- -	35

ROZDZIAŁ II.

O Rezolwowaniu Problematów w ogulności , i o 4 Przepisach ogulnych
na też rezolwowanie - 50 i t. d.

ROZDZIAŁ III.

O Rezolwowaniu Problematów w szczegulności - - - 74

I. O Rezolwowaniu Problematów prostych
określonych przez ieden pomiar ,
czyli ekwacyą - - - 77

II.

na karcie
II. III. O Rezolwowaniu tychże Problema-
ton przez kilka pomiarow 121 i t. d.

IV. O Wiadomościach potrzebnych do re-
zolwowania Zagadnień o przy-
mieszkach kruszców - - 156

O sposobach onychże rezolwowania :

1. Chemicznym - - - 193

Hidraulicznym dawnym od Archimede-
sa wynalezionym - 201 i t. d.

3. Hidraulicznym późniejszym - 218

V. O Rezolwowaniu Zagadnień pro-
stych określonych, w których równe
między ilkościami względy czyli
proporcye zachodzą - - 260

O Defalkach Kupieckich i Wexlach 276 i t. d.

ROZDZIAŁ IV.

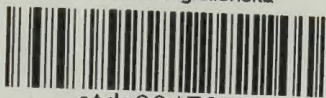
O Rezolwowaniu Problematów nieokre-
ślonych czyli niedeterminowa-
nych :

I. w Ogulności - - - 304

II. w Szczegulności o przymieszkach kru-
szców, i doświadczeniu robot Zło-
tniczych - - - 318



Biblioteka Jagiellońska



stdr0017307

